

# Globale Optimierung von Propellern

*Reinhard Schulze  
Schiffbau-Versuchsanstalt Potsdam GmbH (SVA)*

*STG - Sprechtag*

*Flensburg 14.3.1997*

## 1. Einleitung

Im Unterschied zu den Propellerentwurfsmethoden, die dem derzeitigen Stand der Technik entsprechen und im wesentlichen auf einer trial and error Strategie aufbauen, orientiert die SVA direkt auf die Anwendung inverser Methoden. Während bei der trial and error Strategie eine erfahrungsbasierte Formvariation vorgenommen wird und an Hand verschiedener Nachrechenverfahren das Entwurfsergebnis beurteilt wird, bemühen wir uns um eine zielgerichtete Formvariation an Hand eines Gütekriteriums durch eine Optimierungsstrategie.

Die Optimierungsstrategie baut lediglich auf das der gewünschten Eigenschaft angepaßte Gütekriterium (-funktional) auf, wobei über ein Nachrechenverfahren der Wert des Gütekriteriums (z.B. Wirkungsgrad des Propellers für einen bestimmten Fortschrittsgrad) definiert wird. Andererseits läßt sich nun mittels eines geeigneten Nachrechenverfahrens für eine beliebige Propellergeometrie der Wert des Gütekriteriums (Wirkungsgrad) ermitteln. Die auf das Gütekriterium aufbauende Optimierungsstrategie variiert nun zielgerichtet die Propellergeometrie solange, bis im Ergebnis die im Sinne des Kriteriums beste Lösung (Optimum) erreicht wird (inverses Verfahren).

Voraussetzung für die Anwendung der inversen Methoden ist ein Bündel von Nachrechenprogrammen für den Propellerentwurf. Im Abschnitt 2 geben wir an Hand einer Tabelle eine Übersicht der für den Propellerentwurf eingesetzten Programme in der Schiffbau-Versuchsanstalt Potsdam. Herzstück ist dabei das Programm VORTEX zur Berechnung der Propellerumströmung auf der Basis eines Wirbelgitterverfahrens. Das Programm VORTEX wird in Verbindung mit der Koppelroutine PFEST und dem kommerziellen Programm ANSYS vom Germanischen Lloyd für die Zertifizierung von konventionellen und unkonventionellen Propellern verwandt.

Setzt man voraus, daß die gewählte Optimierungsstrategie gut auf einem Computer implementierbar ist und über hinreichend gute numerische Eigenschaften verfügt sowie das Nachrechenverfahren gutartig ist, dann verbleibt das Problem der Definition des Gütekriteriums so, daß die jeweils interessierenden praxisrelevanten Fragestellungen in dieses Funktional eingehen ( max. Wirkungsgrad, minimale Kavitationsneigung, minimale Druckschwankungen, usw.).

Die heute für allgemeine Optimierungsprobleme zur Verfügung stehenden Verfahren sind durchweg sog. lokal konvergente Algorithmen. D.h. man findet i.a. die „optimale Lösung“ nur dann, wenn man von einer hinreichend guten Startlösung (Propellergeometrie) ausgeht und es werden nur die für das Kriterium gesuchten lokalen Extrema (Lösungen) gefunden.

Die im Rahmen eines vom BMBF geförderten Forschungsvorhabens erreichten Resultate mit Propellerentwürfen mittels inverser Methoden sind sehr ermutigend und zeigen offenbar einen vielversprechenden Weg auf. Trotzdem verbleibt ein groß Teil Arbeit in der „kreativen Beschaffung“ von Startlösungen für die eigentliche Optimierung und mitunter werden mehrere lokale Optima (Lösungen) - ausgehend von verschiedenen Startgeometrien - generiert, die wieder manuell miteinander verglichen werden müssen.

Die kreative Suche nach geeigneten Startlösungen ist mitunter Recht aufwendig. Um diese Arbeit zu erleichtern, liegt es nahe, die Anforderungen für einen beliebigen guten Startentwurf schrittweise so zu modifizieren, daß im letzten Schritt der Entwurf mit den gewünschten Eigenschaften steht.

Diese Technik nennt man Einbettung. Man steuert mit einem Parameter zwischen 0 und 1 den Übergang von einer beliebigen optimalen Lösung für eine bekannte Situation stetig den Übergang zu der jeweils aktuellen Situation. Dies klingt zunächst sehr plausibel und einfach. Existieren aber für die aktuelle Situation (Entwurfspunkt) z.B. mehrere lokale Optima (Lösungen, Propellergeometrien), so ist dieser Weg (sog. path-following-algorithmen) nur mit größerem Aufwand verfolgbar.

Mit der Aufzeigung dieser Schwierigkeiten und Möglichkeiten zu deren Behebung wollen wir uns im weiteren beschäftigen.



### 3. Optimierung der Propellergeometrie durch inverse Methoden

Die zum Einsatz kommenden Nachrechenverfahren unterscheiden sich stark nach Gültigkeitsbereich, Rechengeschwindigkeit und Genauigkeit. So bleiben z.B. die statistischen Verfahren auf der Basis der Wageningen Polynomkoeffizienten im wesentlichen auf die Wageningen Serie beschränkt, haben aber eine große Genauigkeit, da sie unmittelbar auf der Auswertung von Meßergebnissen aufbauen, und die Rechenzeiten sind minimal. Hinsichtlich Gültigkeitsbereich und Genauigkeit haben die Flächentheorieverfahren große Vorteile, sind aber relativ langsam.

Die heute auf dem Stand der Technik aufbauenden Entwurfsstrategien sind dialogorientierte interaktive Konzepte auf der Basis von trial and error, wobei meist eine subjektive Bewertung der Ergebnisse von verschiedenen Nachrechenverfahren mit dem Ziel der erfahrungsgestützten manuellen Formvariation erfolgt.

Die SVA stellte sich die Aufgabe, im Rahmen einer sog. „Toolbox Propulsionsoptimierung“ sowohl die Bewertung der Ergebnisse der Nachrechenverfahren als auch die Formvariation des Propellers mit mathematischen Hilfsmitteln anzugehen.

Inverse Aufgabenstellungen bzw. Methoden umfassen Probleme die sich numerisch durch Lösung linearer und nichtlinearer Gleichungssysteme sowie durch Lösung von Optimierungsproblemen behandeln lassen. Dabei wäre zu beachten, daß sich Gleichungssysteme auch als Optimierungsprobleme formulieren lassen. Charakteristisch für eine Optimierungsaufgabe ist die Existenz eines Gütekriteriums (-funktional) das für alle möglichen Variablen (hier Geometrieparameter) eine eindeutige Bewertung durch eine Zahl ermöglicht. Das gemeinsame bei inversen Aufgabenstellungen ist, daß sich die gesuchten Größen i.a. nicht mehr explizit ausrechnen lassen, sondern indirekt über andere ableitbare Größen berechnet werden müssen.

Orientiert man sich an Gleichungssystemen, die gesuchten Größen miteinander verkoppeln, benötigt man i.a. so viele Gleichungen wie Unbekannte gesucht sind.

Auf unserer Problematik zugeschnitten, ergäben sich dann Verfahren die z.B. aus einer vorgegebenen Wirbeldichten- oder Druckverteilung die Propellergeometrie ermitteln. Woher aber z.B. die Druckverteilung nehmen, wenn ein wirkungsgradmaximaler Propeller gesucht wird. Andererseits kann man mit geeigneten Nachrechenverfahren (z.B. Wirbelgitterverfahren) den Propellerwirkungsgrad für einen bestimmten Betriebspunkt hinreichend genau bei gegebener Propellergeometrie ermitteln.

Definiert man nun unser Gütefunktional z.B. durch den Wirkungsgrad des Propellers, hat man jeder Geometrie (bzw. allen Formparametern die Propellergeometrie beschreiben) eine Zahl zugeordnet. Bei „hinreichender Gutartigkeit“ dieses Funktionalen kann man dann mit geeigneten Techniken zur Lösung von Optimierungsproblemen den (bzw. die) in unserem Sinne „besten“ (optimalen) Propeller entwerfen. Auch Beschränkungen ganz unterschiedlicher Art die man beim Entwurf beachten muß, lassen sich in das Optimierungskonzept mit einbauen. Sie können in Form von Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen vorliegen.

Es existieren sehr leistungsfähige theoretische und praktische Werkzeuge zur Behandlung von Optimierungsproblemen. Aus theoretischer Sicht stehen Existenz- und Lokalisierungs- (Eindeutigkeits-) aussagen im Vordergrund. Aus praktischer Sicht interessieren Aufwands- und Genauigkeitsaussagen.

Die verwendeten Nachrechenverfahren stützen sich im allgemeinen auf eine Geometriebeschreibung des Propellers in diskretisierter Form, wie z.B. den folgenden Daten:

r/R	c	$\Phi$	rake	Xe	f/c	t/c
.200	479.710	53.528	.000	295.410	.038565	.118488
.400	587.560	34.075	.000	352.510	.027401	.074341
.600	641.930	24.272	.000	358.320	.020251	.047544
.700	636.720	21.132	.000	335.210	.017119	.037599
.900	486.390	16.732	.000	194.560	.011102	.022163
1.000	20.000	15.140	.000	.000	.000000	.000000

(D), c,  $\phi$ , rake, Xe, f/c und t/c als Funktion von r/R und Profilinformatoren definieren die Propellergeometrie G (G wird hier durch 36 reelle Zahlen beschrieben).

Je nach eingesetztem Nachrechenverfahren werden die integralen Größen  $K_T$ ,  $K_Q$ ,  $\eta$  als Funktion von G (und J) über verschiedene Zwischenschritte berechnet.

Eine direkte Berechnung von G aus  $K_T$ ,  $K_Q$  (bzw.  $\eta$ ) ist nicht möglich (es wären viele Unbekannte aus zwei Größen zu ermitteln). Demgegenüber ist z.B. im Zweidimensionalen eine direkte Berechnung der Profilgeometrie aus einer vorgegebenen Druckverteilung möglich.

Wir veranschaulichen unser Vorgehen an folgender Problemstellung:

Für den Entwurfsunkt ( $J^*$ ,  $K_Q^*$ ) soll ein wirkungsgradmaximaler Propeller gesucht werden. Als variable Größen seien nur die Steigungs- und Wölbungsverteilung bei sonst vorgegebenem Blattumriß gesucht.

Wir definieren das Funktional

$$f(\Phi, f/c) = (1 - \eta(\Phi, f/c))^2 + \alpha (K_Q(\Phi, f/c) - K_Q^*)^2$$

und formulieren unser Optimierungsproblem in Form einer Minimierungsaufgabe

$$f(\Phi, f/c) \implies \text{Min !}$$

Für hinreichend großes  $\alpha$  („Strafparameter“, [13]) erhalten wir näherungsweise  $K_Q(\Phi, f/c) = K_Q^*$  und existiert eine Lösung, so ist sie die Wirkungsgradmaximale.

Die Formulierung als Minimumproblem eröffnet die Möglichkeit der Anwendung von vielfach erprobten Optimierungstrategien. Nichtlineare (freie) Optimierungsprobleme werden stets iterativ gelöst. Im Mittelpunkt steht dabei die Funktionalberechnung die hier stets die Anwendung eines (zeitaufwendigen) Nachrechenverfahrens bedeutet. Die allgemein verwendeten Algorithmen zur Optimierung lassen sich auch gut parallelisieren.

Bei den iterativen Verfahren geht man i.a. [12] von dem Ansatz

$$x_{k+1} := x_k + a_k p_k \text{ aus .}$$

Beim Newtonverfahren wählt man  $a_k = 1$  und  $p_k = -(H(f(x_k))^{-1} \text{grad } f(x_k))$ , wobei H die Hessematrix (Jacobimatrix von grad f) bezeichnet.

Beim Verfahren des steilsten Abstiegs wählt man  $p_k = - \text{grad } f(x_k)$  und  $a_k$

$$\text{so daß } f(x_{k+1}) = \min_{a>0} f(x_k + ap_k)$$

(Für unser Beispiel wäre  $x = (\Phi, f/c)$  zu setzen.)

Alle Verfahren benötigen einen Zeitaufwand proportional zu  $n^3$ . Daher muß man sich bei den zeitaufwendigen Verfahren auf wenige Parameter ( $<20$ ) beschränken. Folglich scheint ein polynomialer Ansatz auch aus analytischer Sicht für die Unbekannten  $c$ ,  $\Phi$ ; rake,  $X_e$ ,  $f/c$ ,  $t/c$  als Funktion vom Radius sinnvoll. Als erzeugende Funktionen kämen orthogonale Polynome und trigonometrische Polynome in Frage.

Der erste Schritt zur Erprobung dieser Optimierungsstrategien, wurde unter Verwendung eines Nachrechenverfahrens auf der Basis der Wageninger Polynomkoeffizienten getan und in dem Programm WAGENOPT realisiert. Unter Verwendung des Burrill-Diagramms als „Nebenbedingungssystem“ werden von diesem Programm das Flächenverhältnis, der Durchmesser und die Steigung für einen Wageninger Propeller mit bestmöglichem Wirkungsgrad im Entwurfspunkt ermittelt.

Unter Verwendung eines in VORTEX implementierten Flächentheorieverfahrens wurde diese Optimierungsstrategie auch in VORTEX selbst integriert. Damit lassen sich im Gültigkeitsbereich der Flächentheorieverfahren auch für unkonventionelle Propeller die Propellergeometrien optimieren. In VORTEX wurde ein auf Davidon/Fletcher/Powell [12] zurückgehendes Verfahren zur Minimierung eines Funktionals eingesetzt. Inzwischen stehen auch andere Bibliotheksroutinen zur Verfügung. In VORTEX stehen verschiedene Funktionale zur Auswahl, womit es möglich wird, aus verschiedenen bekannten Größen auch unterschiedliche Kombinationen von gesuchten Formparametern bestimmbar zu machen. Die Funktionalauswahl kann weiter zwischen einer Wirkungsgradmaximierung und Kavitationsminimierung gleiten.

Im Anschluß an diesen Entwurfsprozeß sind dann alle weiteren Hilfsmittel des Numerischen Tanks Propulsion der SVA zur Bewertung des entworfenen Propellers einzusetzen.

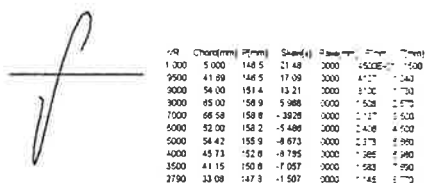
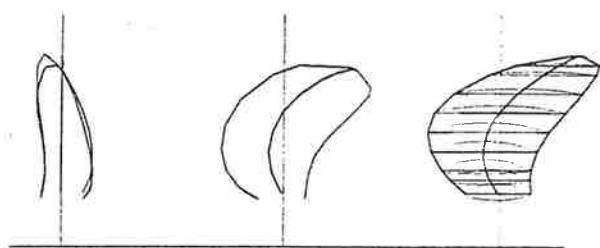
Der oben angedeutete Ansatz zur Formoptimierung von Propellern soll nur den Anfang eines auf lange Sicht tragfähigen Konzeptes werden. Dabei stehen Fragen nach der Auswahl eines bestmöglichen Gütekriteriums (die Wirkungsgradmaximierung ist sicher nur eines von vielen möglichen) und der Globalisierung der Verfahren im Mittelpunkt und sollen Gegenstand eines zweijährigen Forschungsvorhabens werden.

Die hier vorgeschlagene Entwurfstrategie wurde bereits für verschiedene Propellerentwürfe erfolgreich eingesetzt. Erste Messungen ergaben einen deutlichen Wirkungsgradgewinn bei gleichzeitiger Abnahme der Kavitationsgefährdung. Im Rahmen eines Forschungsvorhabens sollen die erreichten Resultate weiter vertieft und vervollkommen werden.

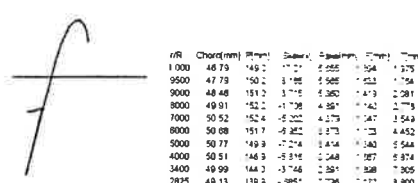
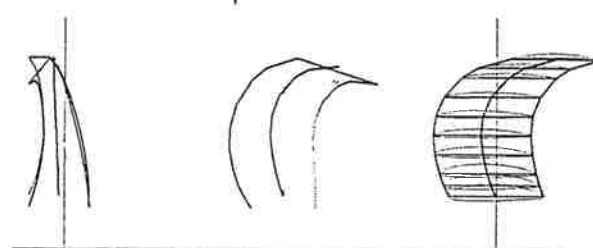
Im folgenden Beispiel werden zwei Entwürfe für den COT20 verglichen. Der erste Propeller (P1252) stellt einen Entwurf mittels der üblichen Vorgehensweise dar. Der zweite Entwurf (P1285) wurde mittels der inversen Verfahren optimiert. Es wurden im Entwurfspunkt ein um ca. 3% höherer Wirkungsgrad berechnet und auch im Kavitationstunnel sowie im Schlepptank gemessen. Trotz des etwas niedrigeren Flächenverhältnisses des P1285 im Vergleich zum P1252 weist er in der Rechnung und bei den Kavitationsbeobachtungen geringere Kavitationsneigung aus. Druckschwankungsmessungen und vergleichende Propulsionsversuche werden in Kürze noch vorgenommen.

Die Propellerauslegungen für den Schottel-Twin-Propeller (STP) werden mittels der hier skizzierten Vorgehensweisen vorgenommen und wurden im Modellmaßstab und Großausführung getestet.

Auch auf die Optimierung von Propellern mit Endscheiben wurden diese Algorithmen angewendet.



Propeller P1252	
n/R	Chord(mm)
1000	5000
9500	4199
9000	5400
8000	6500
7000	6658
5000	5200
5000	5442
4000	4573
3500	4115
2790	3308



Propeller P1285	
n/R	Chord(mm)
1000	4679
9500	4779
9000	4848
8000	4991
7000	5052
6000	5088
5000	5077
4000	5051
3400	4999
2825	4813

Abb. 2: Konventioneller Propeller P1252

Abb. 3: Optimierter Propeller P1285

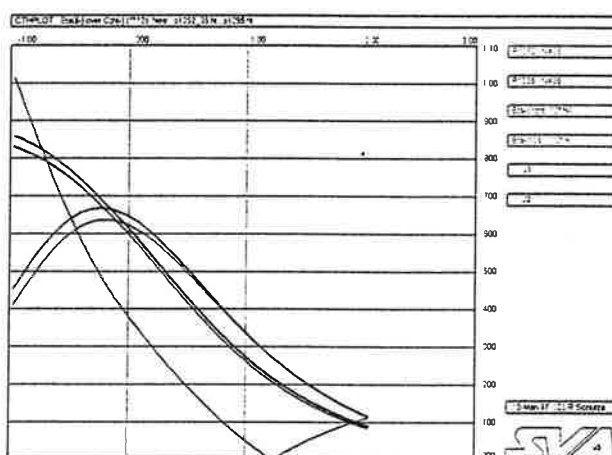


Abb. 4: Wirkungsgradvergleich  
P1285/P1252 ca. 3% höheres  $\eta_0$   
Im Entwurfsunkt  $J=0.5$   
(Messungen über  $C_{TH}$  aufgetragen)

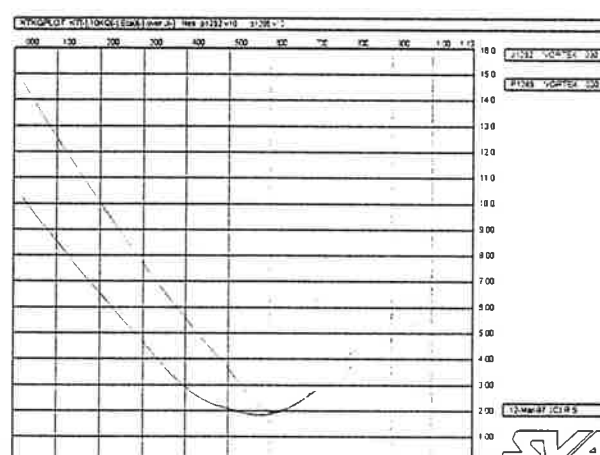


Abb. 5: Vergleich der Kavitationsbuckets  
P1252 (rot), P1285 (grün)

#### 4. Diskussion der Propellerentwürfe mittels Inverser Methoden

Schon aus der langen Erfahrung vieler Ingenieure und Techniker mit Propellerentwürfen heraus ist es schwer vorstellbar, daß man für jedes beliebige Schiff „den einen optimalen“ Propeller über die Methoden der inversen Verfahren finden kann. Da für diese Optimierungsstrategien im Prinzip nur lokal konvergente Verfahren zur Verfügung stehen, steht zuallererst die Frage des „Einzugsbereiches“ der Algorithmen, d.h. wie weit darf die Startlösung denn überhaupt von der optimalen Lösung entfernt sein, damit das Verfahren funktioniert.

Im Zuge der Erfahrungen mit den inversen Verfahren für die Propelleroptimierung ergab sich, insbesondere durch die Berücksichtigung von Randbedingungen, daß der ursächliche Einzugsbereich für die Verfahren relativ klein ist. Folglich mußte bereits mit einer relativ

## 5. Globalisierung von Optimierungsverfahren für den Propellerentwurf durch Einbettung und Erkennung von Verzweigungssituationen während der Einbettung

Wir versuchen nun noch einmal die im vorigen Abschnitt angedeuteten Probleme zu verdeutlichen, wobei wir stark vereinfachend voraussetzen, daß nur ein skalarer Parameter die geometrischen Verhältnisse der Propeller beschreibt.

In Abbildung 10 wird ein Minimumproblem mit einer eindeutig definierten globalen Lösung angedeutet. Die Eigenschaften der Konvexität und der hinreichenden Glattheit des Funktionals sind dabei die wesentlichen Voraussetzungen für diese Situation. Auf unsere Problematik angewandt werden damit indirekt Voraussetzungen an das Nachrechenverfahren und das Funktional gestellt. Im einfachsten Fall der Optimierung des „Verstellwinkels“ zur Erreichung der Randbedingung eines vorgegebenen  $K_Q$  ( $K_T$ ) zur Maximierung des Wirkungsgrades dürfte sich diese Situation einstellen. In diesem Fall kann man bei nicht allzu großem Strafparameter (zur Erreichung der Randbedingungen) globale Konvergenz erhalten.

Die Abbildung 11 soll eine Situation andeuten, bei der mehr Geometrieparameter als nur der Verstellwinkel zur Optimierung freigegeben sind. Man muß oft mit der Situation fertig werden, daß mehrere lokale Lösungen existieren (vgl. Abschnitt 4, Propeller SVA-0, SVA-1). Eine Möglichkeit zur Erreichung aller (oder wenigstens einiger) Lösungen besteht in der intuitiven erfahrungsbasierten Wahl von Startlösungen.

Eine andere und mehr zukunftsweisende Möglichkeit besteht in folgendem: Ausgehend von einem gutartigen und global konvergenten Anfangsproblem (mit dem „Einbettungsparameterwert“  $p=0$ ) werden eine Folge von Zwischenproblemen in stetiger Abhängigkeit von dem Einbettungsparameter  $p$  definiert bis für  $p=1$  das geforderte Endproblem formuliert wird. Durch die stetige Abhängigkeit der Probleme vom Einbettungsparameter  $p$  läßt sich eine Folge von Optimierungsproblemen formulieren, die trotz der jeweils lokalen Konvergenz für ein bestimmtes  $p$  eine Lösung des Endproblems liefert (vgl. z.B. [12]). Weist das Endproblem mehrere Lösungen auf, wird man auf dem Wege der Lösungsfolge sich für eine bestimmte Richtung entscheiden müssen. Die „Wegegabelungen“ werden i.a. als Verzweigungspunkte bezeichnet. Um sich für eine bestimmte Richtung entscheiden zu können benötigt man den Verzweigungspunkt selbst.

In Abbildung 13 ist diese Situation angedeutet. Die Kurven stellen in Abhängigkeit vom Einbettungsparameter die Lösungen dar (hier nur ein Parameter angegeben).

Für die Wahl des Einbettungsparameters gibt es mathematisch motivierte Standardeinbettungstechniken und physikalisch motivierte Parametrisierungen. Meist sind physikalisch motivierte Parametrisierungen vorzuziehen um von vornherein neben unvermeidlichen Verzweigungen nicht noch weitere Singularitäten wie turning-points durch ungeschickte Wahl der Parametrisierung einzuschleppen.

Die gute Wahl einer physikalisch motivierten problemangepaßten Einbettung wird nicht einfach sein und auch die Realisierung der entsprechenden Algorithmen unter Einschluß von Verzweigungen bedarf eines erheblichen Aufwandes und ist auch mit Risiken verbunden, verspricht aber bei einer praktikablen Umsetzung einen hohen Nutzeffekt. Aus diesem Grunde beabsichtigen wir die Behandlung der globalen Propelleroptimierung als ein vom BMBF geförderten Forschungsvorhabens durchzuführen.



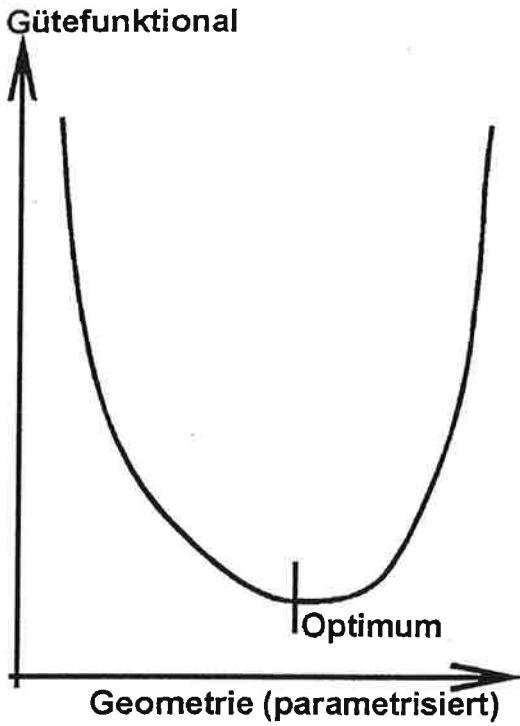


Abb. 10: Global konvergentes Optimierungsproblem

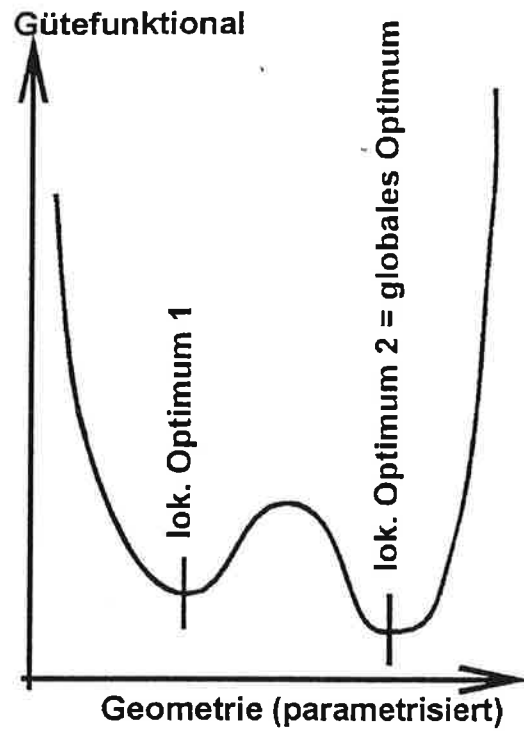


Abb. 11: Lokal konvergentes Optimierungsproblem mit 2 lokalen Lösungen

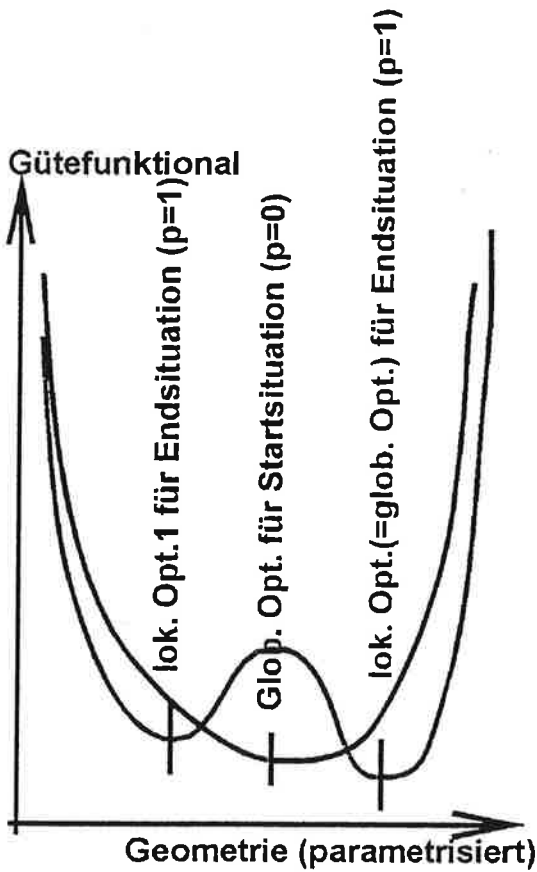


Abb. 12: Stetige Deformation

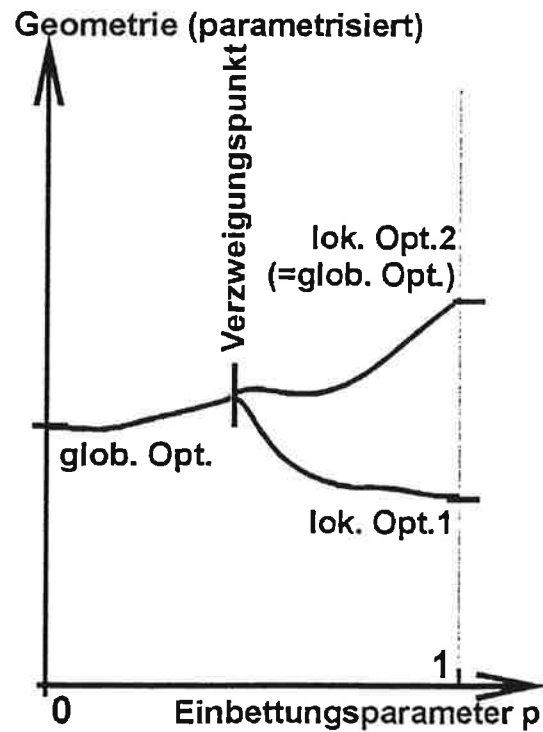


Abb. 13: Verzweigung

## 6. Globalisierung des Propellerentwurfes durch „Einbeziehung seines Umfeldes“

Eine Globalisierung des Propellerentwurfes läßt sich auch in dem Sinne interpretieren, daß man (schrittweise) das Propellerumfeld (Wechselwirkungen mit Schiff und Motor) direkt in die Propelleroptimierung mit einbezieht (Propulsionsoptimierung).

Aus Aufwandsgründen muß man sich von vornherein auf einfache Wechselwirkungseigenschaften (Kennlinienfeld des Motors, Randbedingungen des Motors, Nachstromverhalten des Schiffes, Randbedingungen des Schiffes) beschränken.

Relativ einfach ließe sich auf der Basis der Wageningen Polynomkoeffizienten, den analytisch erfaßten Motorkennlinien und den üblichen Wechselwirkungsparametern mit dem Schiff (Nachstrom- und Sogziffer) ein Optimierungstool als Erweiterung des Programms WAGENOPT realisieren.

Auf dem Wege der Umsetzung dieser Verfahren sind dann sicher die im Abschnitt 5 aufgezeigten Phänomene wie mehrdeutige Lösungssituationen und der Notwendigkeit der Einbettung mit Verzweigungssituationen zu erwarten. Da die hierbei verwendeten Nachrechenverfahren (Wageningen Polynomkoeffizienten) extrem schnell arbeiten, andererseits aber die Verfahren zur Globalisierung (Einbettung, Lösung von Verzweigungssituationen, Suche des globalen Optimums) einen recht erheblichen Aufwand erfordern, erhalten wir einen für Vorentwurfsfragen sehr praktikablen Testrahmen für die Entwicklung der Verfahren zur globalen Propelleroptimierung.

## 7. Literatur

- [ 1 ] Kerwin, J.E. and Lee, C.S.:  
Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance  
by Numerical Lifting Surface Theory, Trans. SNAME, Vol. 86, 1978
- [ 2 ] Greely, D. S. and Kervin, J.E.:  
Numerical Methods for Propeller Design and Analysis in Steady Flow,  
Trans SNAME, Vol. 90, 1982, pp. 415-453
- [ 3 ] Boswell, R.J.:  
Design, Cavitation Performance, and Open-Water Performance of a  
series of Research Skewed Propellers, Report 3339, Department of the  
Navy, Naval Ship Research and Development Center,  
Washington, D.C. 20034, March 19971
- [ 4 ] Chao, K.-Y., Streckwall, H.: Berechnung der Propellerumströmung mit einer  
Vortex-Lattice-Methode, Schiffbautechnische Gesellschaft, Jahrbuch Band 83,  
1989
- [ 5 ] 20 th. ITTC, Proceedings Volume 1, San Francisco, Sept. 19-25. 1993
- [ 6 ] Praefke, E.: Auslegung des Propellers, HSVA Bericht, 1992
- [ 7 ] Schulze, R.: Beschreibung des Propeller-File-Formates (PFF-file) Version  
SVA Bericht 2017, Potsdam 1993

- [ 8 ] Schulze, R.: Nachrechen- und Entwurfsverfahren für den Propellerentwurf, 1. SVA-Forum „Numerischer Tank“, Potsdam 2.3.1995
- [ 9 ] Schulze, R.: Propellerumströmungs- und Festigkeitsberechnung mit VORTEX und ANSYS, Teil1: Berechnung der Propellerumströmung mit dem Wirbelgitterverfahren VORTEX(0), SVA-Bericht 2163, Potsdam, August 1995
- [ 10 ] Bohm, M.: Propellerumströmungs- und Festigkeitsberechnung mit VORTEX und ANSYS, Teil2: Berechnung der Propellerfestigkeit, SVA-Bericht 2162, Potsdam, August 1995
- [ 11 ] Schulze, R.: Projektstudie zur Entwicklung eines Programmes zur optimalen Gestaltung von Schiffspropellern, SVA Bericht 2030, Potsdam 1994
- [ 12 ] Schwetlick, H.: Numerische Lösung nichtlinearer Gleichungen, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1979
- [ 13 ] Großmann, Ch., Kaplan, A.A.: Strafmethoden und modifizierte Lagrangefunktionen in der nichtlinearen Optimierung, Teubner Texte zur Mathematik, BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1979

Dr.habil. Reinhard Schulze  
Schiffbau-Versuchsanstalt Potsdam GmbH  
Marquardter Chaussee 100  
D-14469 Potsdam  
Tel.: +49-331-56712-42, FAX: +49-331-56712-49