

Einfluß der Reynoldszahl und der Rauigkeit auf die Propellercharakteristik, berechnet nach der Methode des äquivalenten Profils

Mitteilung aus dem Institut für Schiffbau Rostock

Direktor: Dipl.-Ing. S. Kruppa

80. Mitteilung der Schiffbau-Versuchsabteilung

Von Dipl.-Ing. Dietrich Schmidt

1. Einleitung

Rauhigkeits- und Reynoldszahleinfluß auf Widerstand und Auftrieb von Tragflügeln wurden bisher in größerem Maße untersucht. Indem die Propellerflügel durch einen Tragflügel, das sogenannte „äquivalente Profil“, ersetzt werden, können die Erkenntnisse, die für Tragflügel gewonnen wurden, auch für Propeller genutzt werden.

Die Propellerbeiwerte $K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}$ und $K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5}$, die meist in Abhängigkeit von der Fortschrittsziffer $I = \frac{V_e}{n \cdot D}$ dargestellt werden, werden in die Tragflügelbeiwerte $C_L = \frac{L}{\frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot F}$ und $C_D = \frac{D}{\frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot F}$, die vom

Anstellwinkel α abhängig sind, umgerechnet. Die Umrechnungsmethoden existieren schon relativ lange. Sie wurden u. a. von Lock [1] und von Doepp [2] entwickelt und von Kramer [3] weiter ausgebaut.

Durch die Anwendung moderner Rechenhilfsmittel konnten einige der seinerzeit notwendigen Vereinfachungen bzw. Näherungsmethoden jetzt vermieden werden, wodurch das Rechenverfahren etwas verfeinert wurde.

Es ist das Verdienst von Lerbs [4], die Methode des äquivalenten Profils zur Berechnung des Maßstabs- und Rauigkeitseinflusses auf die Charakteristik freifahrender Propeller herangezogen zu haben. Bei der Berechnung geht Lerbs von der Annahme aus, daß die genannten Einflüsse nur die Widerstandskurve (C_D - α -Kurve) des äquivalenten Profils verändern, während die Auftriebskurve (C_L - α -Kurve) unverändert bleibt. Diese Annahme ist zur Berechnung des Reynoldszahleinflusses und zur Berücksichtigung kleiner Rauigkeiten wohl statthaft.

Die Rauigkeit wirkt der Zirkulation um das Profil entgegen. Durch die geringere induzierte Abwärtsgeschwindigkeit wird der Auftriebsbeiwert kleiner, und der Anstellwinkel α wird größer (vgl. Bild 1).

Wie spätere Autoren, z. B. Nordström, Edstrand und Lindgren [5], Gutsche [6] nachwies, kann der Einfluß der Propellerrauigkeit auf die Auftriebspolare bei größeren Rauigkeiten nicht vernachlässigt werden.

In dieser Arbeit wird unter Zuhilfenahme umfangreicher früherer Modellversuche [6] eine Abhängigkeit der Profilbeiwerte C_L und C_D und des Anstellwinkels α vom Oberflächenreibungswert C_F abgeleitet und in das Rechenverfahren eingebaut. Das Rechenverfahren wird anhand der in [5] und [6] mitgeteilten Versuchsergebnisse mit Propellern verschiedener Rauigkeiten überprüft.

2. Die Methode des äquivalenten Profils

2.1. Zusammenhang zwischen den Propellerbeiwerten $K_T(I)$, $K_Q(I)$ und den Profilpolaren $C_L(\alpha)$ und $C_D(\alpha)$

Nach dem Gesetz von Kutta-Joukowski ist der Auftrieb eines Tragflügelementes der Breite dx

$$dL = \rho \cdot V \cdot \Gamma \cdot dx.$$

Analog hierzu gilt für ein Ringelement eines Propellers mit der Breite dr und der Flügelzahl z

$$dL = \rho \cdot V \cdot \Gamma \cdot z \cdot dr. \quad (1)$$

Weiterhin ist die Zirkulation um das Propellerblatt an der Stelle r_0

$$\Gamma = \frac{2 \pi r_0 \cdot z \cdot W_{nr}}{z}, \quad (2)$$

wobei der Reduktionsfaktor z die Verringerung der induzierten Geschwindigkeiten durch die endliche Anzahl der Propellerflügel berücksichtigt. Dieser Reduktionsfaktor, der von Goldstein berechnet wurde, wird weiter unten noch ausführlicher behandelt.

Aus den Gleichungen (1) und (2) ergibt sich somit für den Auftrieb eines Flügelementes

$$dL = \rho \cdot V \cdot 2 \pi r_0 \cdot z \cdot W_{nr} \cdot dr. \quad (3)$$

Aus Bild 1 läßt sich ablesen:

$$\frac{W_n}{2} = V \cdot \sin(\beta + \alpha_i) \cdot \tan \alpha_i. \quad (4)$$

Aus der Definition des Auftriebsbeiwertes für ein Blattelement

$$C_L = \frac{dL}{\frac{\rho}{2} \cdot W^2 \cdot dF} = \frac{dL}{\frac{\rho}{2} \cdot \frac{V^2}{\cos^2 \alpha_i} \cdot z \cdot c \cdot dr} \quad (5)$$

ergibt sich unter Berücksichtigung von (3) und (4) die wichtige Abwindformel

$$C_L = 4 \cdot \frac{\pi \cdot D}{z \cdot c} \cdot \frac{r_0}{R} \cdot z \cdot \sin(\beta + \alpha_i) \cdot \tan \alpha_i \cdot \cos^2 \alpha_i. \quad (6)$$

Diese Gleichung läßt sich übrigens auch leicht über den Impulssatz herleiten, wobei vorausgesetzt werden muß, daß die vom Flügelement induzierte Geschwindigkeit gleich der halben Zusatzgeschwindigkeit W_n der Strömung weit hinter dem Propeller sei. Die nicht vorhandene Kreissymmetrie der Strömung müßte auch hier durch den Goldsteinfaktor berücksichtigt werden.

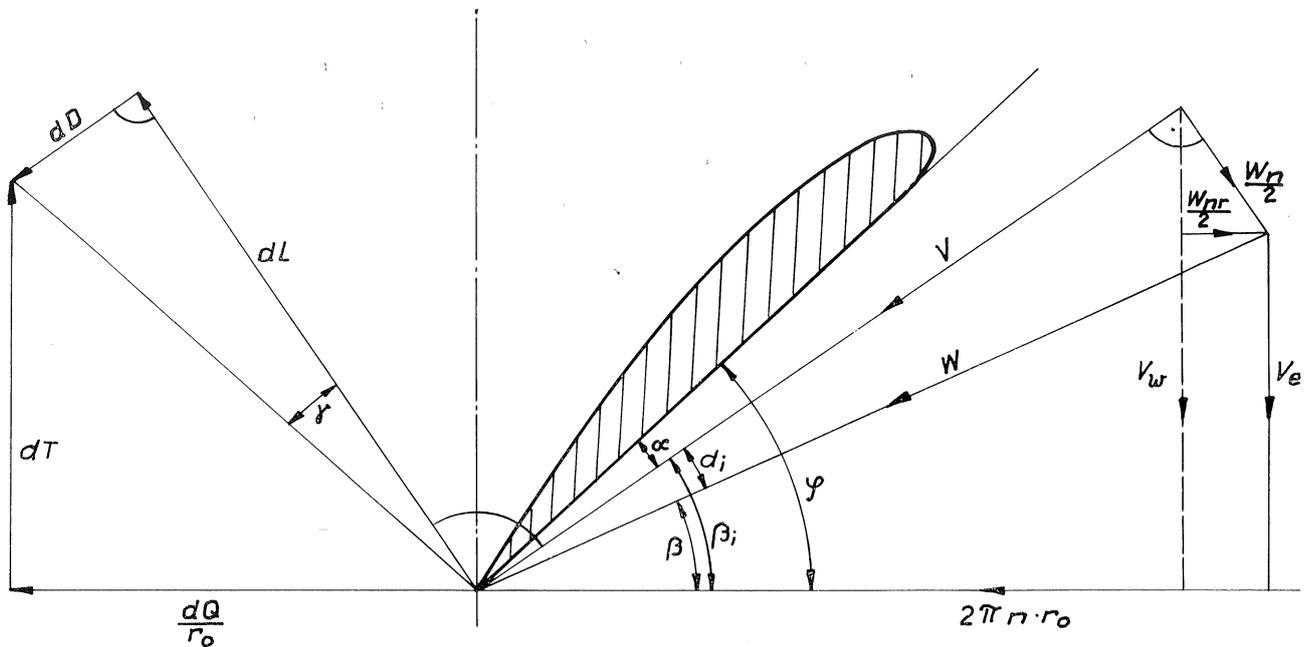


Bild 1. Geschwindigkeits- und Kräfteplan des Propellerschnitts am Radius r_0

Der Zusammenhang zwischen dT und dL läßt sich aus Bild 1 ableiten:

$$dT = dL \cdot \frac{\cos(\alpha_i + \beta + \gamma)}{\cos \gamma} \quad (7)$$

Aus der Definition des Schubbeiwertes $K_T = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4}$ ergibt sich für den Schub eines Propellerelementes am Schnitt r_0

$$dT = \frac{dK_T}{dr} \Big|_{r_0} \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^3 \cdot 2 dr, \quad (8)$$

wobei das Integral über die Größe $\frac{dK_T}{dr}$ den Schubbeiwert K_T ergibt:

$$K_T = \int_{r_n}^R \frac{dK_T}{dr} \cdot dr \approx \int_0^1 \frac{dK_T}{dr} \cdot dr. \quad (9)$$

Wird eine über r^2 elliptische Verteilung von $\frac{dK_T}{dr}$ angenommen, so ergibt sich die Beziehung

$$\frac{dK_T}{dr} = K_T \cdot \frac{16}{\pi} \cdot \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2}. \quad (10)$$

Aus Gleichung (8) und (10) folgt

$$dT = K_T \cdot \frac{16}{\pi} \cdot \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^3 \cdot 2 dr \quad (11)$$

Es ist

$$V^2 = W^2 \cdot \cos^2 \alpha_i = (V_e^2 + (2\pi n r_0)^2) \cos^2 \alpha_i,$$

$$V^2 = (\pi n D)^2 \cdot \left(\left(\frac{J}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{2r_0}{D}\right)^2 \right) \cos^2 \alpha_i. \quad (12)$$

Somit ergibt sich aus (5)

$$dL = C_L \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (\pi \cdot n \cdot D)^2 \cdot \left(\left(\frac{J}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \right) \cdot z \cdot c \cdot dr, \quad (13)$$

und die Gleichung (7) liefert unter Berücksichtigung von (11) und (13)

$$\begin{aligned} K_T \cdot \frac{16}{\pi} \cdot \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^3 \cdot 2 \cdot dr = \\ = C_L \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (\pi n D)^2 \cdot \left(\left(\frac{J}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \right) z \cdot c \cdot dr \cdot \\ \cdot \frac{\cos(\alpha_i + \beta + \gamma)}{\cos \gamma}. \end{aligned} \quad (14)$$

Durch weitere Umformung folgt hieraus

$$\begin{aligned} C_L = K_T \cdot \frac{1}{z \cdot c} \cdot \frac{1}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{\left(\frac{J}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos(\alpha_i + \beta + \gamma)} \cdot \\ \cdot \frac{64}{\pi^4} \cdot \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Der letzte Term in der vorstehenden Gleichung

$$\frac{64}{\pi^4} \cdot \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} = m \left(\frac{r_0}{R}\right)$$

nimmt für verschiedene $\frac{r_0}{R}$ folgende Werte an:

$$\frac{r_0}{R} = 0,7 \rightarrow m \left(\frac{r_0}{R}\right) = 0,230;$$

$$\frac{r_0}{R} = 0,75 \rightarrow m \left(\frac{r_0}{R}\right) = 0,244.$$

Jetzt wird die Annahme getroffen, daß der Freifahrt-Wirkungsgrad des gesamten Propellers mit dem örtlichen Wirkungsgrad des gleichwertigen Profils übereinstimmt.

$$\eta = \frac{K_T}{K_Q} \cdot \frac{J}{2\pi} = \frac{\frac{dK_T}{dr} \Big|_{r_0}}{\frac{dK_Q}{dr} \Big|_{r_0}} \cdot \frac{J}{2\pi} \quad (16)$$

Aus Gleichung (8) folgt:

$$\left. \frac{d K_T}{d r} \right|_{r_0} = \frac{d T}{\varrho \cdot n^2 \cdot D^3 \cdot 2 d r}$$

und analog hierzu

$$\left. \frac{d K_Q}{d r} \right|_{r_0} = \frac{d Q}{\varrho \cdot n^2 \cdot D^4 \cdot 2 d r}$$

Somit ergibt sich aus Gleichung (16)

$$\frac{K_T}{K_Q} = \frac{d T}{r_0} \cdot \frac{d Q}{D \cdot r_0} \quad (17)$$

Aus Bild 1 läßt sich die Beziehung ableiten

$$\frac{d T}{d Q} = \frac{1}{r_0 \tan(\alpha_i + \beta + \gamma)} \quad (18)$$

und es entsteht aus (17) die Beziehung

$$C_L = K_T \cdot \frac{m \left(\frac{r_0}{R} \right) \cdot \cos \gamma}{\frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \left(\left(\frac{J}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \right) \cdot \cos \left(\arctan \left(\frac{K_Q}{K_T} \cdot \frac{2}{r_0} \right) \right)} \quad (21)$$

Der induzierte Anstellwinkel α_i kann aus Gleichung (6) bestimmt werden, wobei für die erste Näherung für C_L ein Wert nach Gleichung (21) berechnet werden muß und für $\cos \gamma$ näherungsweise $\cos(\gamma + \alpha_i)$ gesetzt wird. ($\gamma + \alpha_i$) berechnet sich nach Gleichung (19) und (20):

$$\gamma + \alpha_i = \arctan \left(\frac{K_Q}{K_T} \cdot \frac{2}{r_0} \right) - \arctan \left(\frac{J}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}} \right) \quad (22)$$

Gleichung (6) lautet etwas umgestellt:

$$\sin(\beta + \alpha_i) \cdot \tan \alpha_i \cdot \cos^2 \alpha_i = \frac{C_L}{4} \cdot \frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{z \cdot \frac{r_0}{R}} \quad (23)$$

$$\alpha_{iI} = -\frac{J}{2 \pi \frac{r_0}{R}} + \sqrt{\left(\frac{J}{2 \pi \frac{r_0}{R}} \right)^2 + \frac{C_L}{4} \cdot \frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{z \cdot \frac{r_0}{R}} \cdot \frac{1}{\cos \left(\arctan \left(\frac{J}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}} \right) \right)}} \quad (26)$$

α_{iI} ist eine erste Näherung, wobei ein Wert für z abgeschätzt werden mußte (vgl. folgenden Abschnitt 2.2) und auch C_L noch nicht genau bestimmt werden konnte.

Jetzt kann C_L nach Gleichung (21) genauer bestimmt werden, da $\cos \gamma \approx \cos((\alpha_i + \beta + \gamma) - \alpha_{iI} - \beta)$ schon recht genau berechnet wird, und auch für $z = f(\alpha_i)$ ein genauerer Wert angegeben werden kann. Die leicht vereinfachte Gleichung (23)

$$\sin(\alpha_i + \beta) \cdot \tan \alpha_i - \frac{C_L}{4} \cdot \frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{z \cdot \frac{r_0}{R}} = 0 \quad (27)$$

$$\tan(\alpha_i + \beta + \gamma) = \frac{K_Q}{K_T} \cdot \frac{2}{r_0} \quad (19)$$

Der Ausdruck $\cos \gamma$ in Gleichung (15) wurde von früheren Autoren meist vernachlässigt. Das ist sicherlich auch zulässig, da bei mäßigen Belastungen $\cos \gamma$ den Wert 1 annimmt. Bei sehr kleinen Belastungen geht $\cos \gamma$ gegen Null; da aber dann auch K_T gegen Null geht, nimmt auch C_L den Wert Null an.

Wie später noch gezeigt wird, wird der ideale Anstellwinkel α_i in einer Iteration genau bestimmt. Es ist

$$\beta = \arctan \left(\frac{P/D}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}} \right) \quad (20)$$

und $(\alpha_i + \beta + \gamma)$ wird nach Gleichung (19) berechnet, so daß γ bestimmt werden kann und der Ausdruck $\cos \gamma$ nicht vernachlässigt zu werden braucht.

Aus Gleichung (15) ergibt sich unter Verwendung von (19)

α_i ist recht klein, so daß mit guter Näherung $\cos^2 \alpha_i = 1$ und $\tan \alpha_i = \alpha_i$ gesetzt werden. Somit ergibt sich

$$\sin(\alpha_i + \beta) \cdot \alpha_i = \frac{C_L}{4} \cdot \frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{z \cdot \frac{r_0}{R}} \quad (24)$$

Ein Additionstheorem lautet

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_i + \beta) &= \sin \alpha_i \cos \beta + \cos \alpha_i \sin \beta \approx \\ &\approx \alpha_i \cos \beta + \sin \beta \end{aligned}$$

Somit ergibt sich aus (24) die quadratische Gleichung

$$\alpha_i^2 + \alpha_i \tan \beta - C_L \cdot \frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{z \cdot \frac{r_0}{R}} \cdot \frac{1}{\cos \beta} = 0 \quad (25)$$

Unter Verwendung von (20) lautet die Lösung der quadratischen Gleichung in expliziter Form

wird nach dem Newtonschen Näherungsverfahren gelöst.

Es ergibt sich für die verbesserte Lösung von

$$\begin{aligned} \tan \alpha_i \cdot \sin(\alpha_i + \beta) - \frac{C_L}{4} \cdot \frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{z \cdot \frac{r_0}{R}} \\ \alpha_{iII} = \alpha_{iI} - \frac{\sin(\alpha_i + \beta)}{\cos^2 \alpha_i + \tan \alpha_i \cdot \cos(\alpha_i + \beta)} \end{aligned} \quad (28)$$

Dieser Zyklus wird mehrmals durchlaufen, wobei jedesmal mit dem zuletzt berechneten α_i neue Werte für C_L und α bestimmt werden. Das Verfahren konvergiert sehr schnell, so daß nach viermaligem Durchlauf des Zyklus die vierte Dezimalstelle für α_i bzw. C_L kaum noch verändert wird.

Nun müssen noch der Widerstandsbeiwert C_D und der Anstellwinkel α bestimmt werden.

Es ist $\alpha = \varphi - \alpha_i - \beta$ (vgl. Bild 1), und somit ergibt sich für den (effektiven) Anstellwinkel α

$$\alpha = \arctan \frac{P/D}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}} - \alpha_i - \arctan \frac{J}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}}. \quad (29)$$

Außerdem ist $\gamma = (\alpha_i + \beta + \gamma) - \beta - \alpha_i$

$$\gamma = \arctan \left(\frac{K_Q}{K_T} \cdot \frac{2}{R} \right) - \arctan \frac{J}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}} - \alpha_i, \quad (30)$$

und da $\gamma = \frac{C_D}{C_L}$ ist, ergibt sich hieraus der Widerstandsbeiwert

$$C_D = C_L \cdot \tan \gamma. \quad (31)$$

Die Propellerbeiwerte K_T und K_Q können aus den vorgegebenen Polaren $C_L(\alpha)$ und $C_D(\alpha)$ direkt, d. h. ohne Iteration berechnet werden.

Es ist nach Gleichung (29)

$$\alpha_i + \beta = \arctan \frac{P_D}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}} - \alpha \quad (32)$$

Der Reduktionsfaktor α ist eine Funktion von $(\alpha_i + \beta)$, kann also direkt bestimmt werden. Mit dem nunmehr bekannten α kann nach Gleichung (27) der induzierte Anstellwinkel α_i berechnet werden

$$\alpha_i = \arctan \left(\frac{C_L}{4} \cdot \frac{z \cdot c}{\pi \cdot D} \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \frac{r_0}{R}} \cdot \frac{1}{\sin(\alpha_i + \beta)} \right). \quad (33)$$

Nach Gleichung (32) kann β und damit die Fortschrittsziffer I bestimmt werden:

$$\beta = \arctan \frac{P}{\pi \cdot \frac{r_0}{R}} - \alpha - \alpha_i$$

und

$$J = \pi \cdot \frac{r_0}{R} \cdot \tan \beta. \quad (34)$$

Nun liefert Gleichung (19) die Beziehung

$$\frac{K_Q}{K_T} = \tan(\alpha_i + \beta + \gamma) \cdot \frac{r_0}{2}. \quad (35)$$

K_T wird nach Gleichung (21) bestimmt,

$$K_T = C_L \cdot \frac{\frac{z \cdot c}{\pi \cdot D}}{m \left(\frac{r_0}{R} \right)} \cdot \frac{1}{\cos \gamma} \cdot \left(\left(\frac{J}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \right) \cdot \cos(\alpha_i + \beta + \gamma), \quad (36)$$

und K_Q kann nun nach Gleichung (35) berechnet werden.

2.2. Der Reduktionsfaktor α nach Goldstein

Durch die endliche Anzahl der Propellerflügel ist die induzierte Zusatzgeschwindigkeit längs eines Kreises mit dem Radius r_0 um die Propellerachse nicht konstant, sondern hat hinter dem Flügelblatt die Größe $\frac{W_n}{2}$ und zwischen den Flügeln einen geringeren Wert. Der Mittelwert über den Kreisumfang war aber für die im vorstehenden Abschnitt durchgeführten Ableitungen maßgebend.

$$\frac{\overline{W_n}}{2} = \alpha \cdot \frac{W_n}{2}.$$

Dieser Reduktionsfaktor α ist natürlich von der Flügelzahl und auch von der Belastung des Propellers abhängig. Weiterhin hängt α auch von der Zirkulationsverteilung längs des Flügels ab, d. h. es muß eine bestimmte Schubverteilung vorgegeben werden. Hier soll wieder die Annahme einer über r^2 elliptischen Auftriebsverteilung getroffen werden. Goldstein berechnete den Reduktionsfaktor α für verschiedene Flügelzahlen in Abhängigkeit von der induzierten Fortschrittsziffer λ_i . Kramer [3] teilte diese Ergebnisse für den dimensions-

losen Radius $\frac{r_0}{R} = 0,7$ und die Flügelzahlen 2 bis 8 mit, während Lerbs [4] Berechnungen für $\frac{r_0}{R} = 0,75$ und $z = 3$ und $z = 4$ veröffentlichte. Aus diesen beiden Mitteilungen wurden an dieser Stelle α -Werte für den Bereich $0,1 \leq \frac{1}{\lambda_i} \leq 1$ für Propeller mit $z = 3$ bis $z = 6$ und dem Radius $r_0 = 0,75 R$ extrapoliert. Diese Werte sind in Bild 2 über der reziproken induzierten Fortschrittsziffer $\frac{1}{\lambda_i}$ aufgetragen.

Mit ca. 12 Werten der für $\frac{r_0}{R} = 0,75$ in Bild 2 gezeichneten Kurven wurden Ausgleichspolynome 4. Grades berechnet. Innerhalb des Bereiches $0,1 \leq \frac{1}{\lambda_i} \leq 1$ beträgt der Fehler für α maximal 1%.

Die Polynome lauten für die verschiedenen Flügelzahlen:

$$z = 3 \\ \alpha = 1,0345 - 0,15273 \lambda_i - 4,2466 \lambda_i^2 + 7,4771 \lambda_i^3 - 3,6466 \lambda_i^4$$

$$z = 4 \\ \alpha = 0,99732 + 0,39152 \lambda_i - 4,7078 \lambda_i^2 + 7,1391 \lambda_i^3 - 3,2664 \lambda_i^4$$

$$z = 5 \\ \alpha = 0,98085 + 0,54565 \lambda_i - 4,2445 \lambda_i^2 + 5,9704 \lambda_i^3 - 2,6294 \lambda_i^4$$

$$z = 6 \\ \alpha = 0,97835 + 0,51059 \lambda_i - 3,3467 \lambda_i^2 + 4,3158 \lambda_i^3 - 1,7721 \lambda_i^4$$

Der Zusammenhang zwischen dem induzierten Anstellwinkel α_i , der bei den vorangegangenen Ableitungen verwendet wurde, und der induzierten Fortschrittsziffer λ_i ist durch die Gleichung gegeben:

$$\lambda_i = \frac{r_0}{R} \tan(\beta + \alpha_i). \quad (37)$$

Für die Berechnung der 1. Näherung des induzierten Anstellwinkels α_{i1} (Gleichung (26)) wird für λ_{i1} ein Wert abgeschätzt:

$$\lambda_{i1} = \frac{J + P/D}{2 \pi}.$$

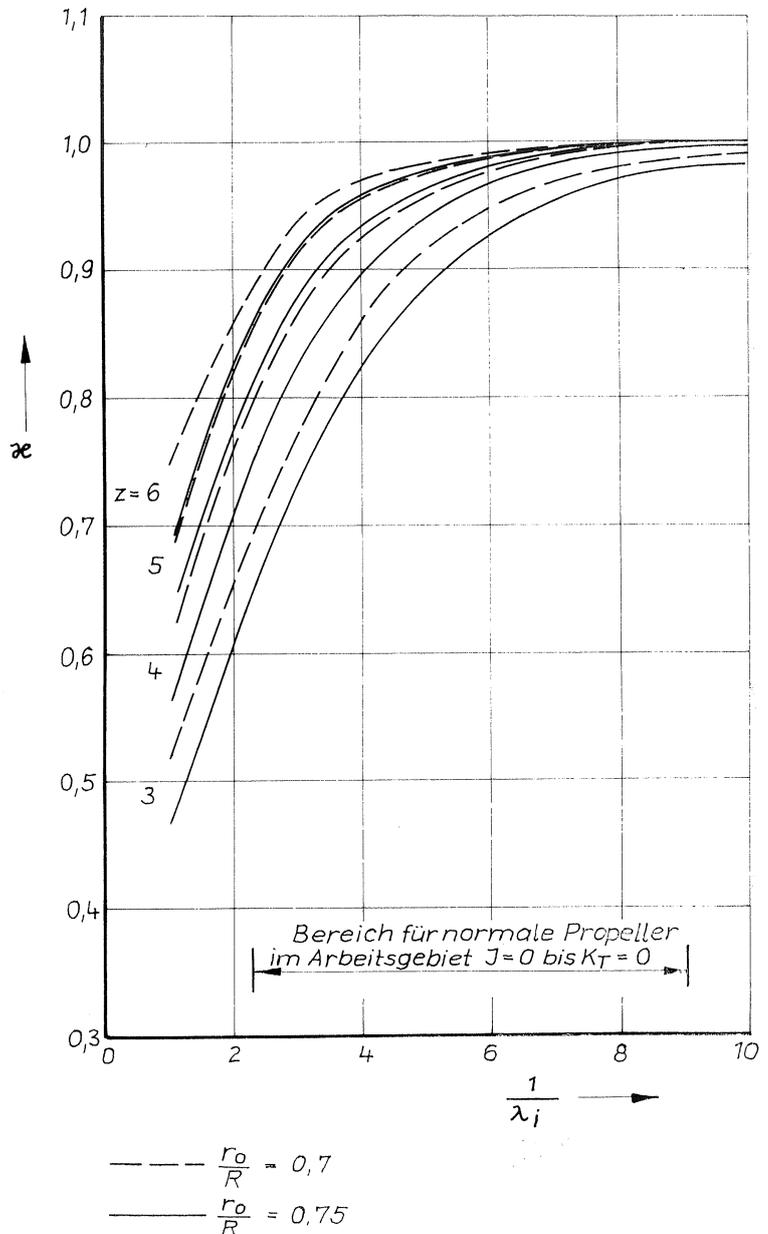


Bild 2
Reduktionsfaktor α nach Goldstein

2.3. Zur Bestimmung des äquivalenten Radius

Solange die Methode des äquivalenten Profils nur als Hilfsmittel verwendet wird, wie hier bei der Berechnung des Reynoldszahl- und Rauigkeitseinflusses (Ausgangsdaten sind K_T - K_Q -I-Werte und als Ergebnis erscheinen auch wieder umgerechnete K_T - K_Q -I-Werte), so ist es nicht sehr wesentlich, welcher Radius als „gleichwertig“ gewählt wurde. Die zwischendurch berechneten Profilpolaren müssen nicht unbedingt quantitativ richtig sein, die Rückrechnung bei der Berechnung der Propellerbeiwerte aus den Polaren erfolgt ja nach den gleichen Formeln, und die Festlegung eines bestimmten $\frac{r_0}{R}$ legt nur den Zahlenfaktor in einigen Gleichungen fest.

Die Methode des äquivalenten Profils kann aber auch für andere Probleme genutzt werden, bei denen es entscheidend ist, den richtigen äquivalenten Radius einzusetzen. In der Annahme, daß die Unterschiede der Stromlinienform, hervorgerufen durch unterschiedliche

Steigungsverhältnisse, vernachlässigt werden können, besitzen alle Propeller einer Propellerfamilie, d. h. Propeller mit gleicher Flügelzahl und gleichem Flügelverhältnis, aber mit verschiedenen Steigungen, eine einheitliche Auftriebs- und Widerstandspolare. Deshalb können mit dieser Methode Propellerfreifahrtskurven für andere Steigungen berechnet werden, für die bisher noch keine Kurven vorliegen. Die R_n -Zahl ist dabei für alle Propeller gleich.

Bild 20 und 21 zeigen die Auftriebs- und Widerstandspolare der SVA-modifizierte Propeller der Serie B 3.50. Die Abweichungen von der Mittelwertkurve sind eher auf Toleranzen bei der Modellherstellung als auf Unzulänglichkeiten der Theorie des äquivalenten Profils zurückzuführen. Die Abweichungen der Meßwerte von der gemeinsamen C_D - α -Kurve sind teilweise auch auf den Reynoldszahl einfluß zurückzuführen. Voraussetzung für derartige Untersuchungen ist aber eine möglichst genaue Festlegung des äquivalenten Radius. Eine erste Abschätzung der Lage des gleichwertigen Radius kann folgendermaßen gemacht werden: Die durch die

Schraubenkreisfläche $A_0 = \pi \cdot R^2$ tretende Wassermasse wird durch den Kreis mit dem Radius $r_0 = \frac{R}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot R$ halbiert. Der gleichwertige Propellerschnitt entspricht dann der Mitte eines Tragflügels, wo auch das Maximum der Zirkulation auftritt. Durch die Wirkung der Propellernabe wird für r_0 eher ein etwas größerer Wert erwartet.

Zur Aufstellung der Gleichung (10) führte die Annahme einer r^2 elliptischen Auftriebsverteilung, und bei der Aufstellung der Gleichung (16) wurde von der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung des Wirkungsgrades über den gesamten Propeller ausgegangen. Treffen diese Annahmen zu, so ist jeder Propellerschnitt als äquivalentes Profil geeignet. Diese Annahmen gelten aber nur für den Propeller mit geringstem Energieverlust. *Lerbs* [4] fand, daß zur Bestimmung der Lage des gleichwertigen Propellerschnitts die Verteilung des Wirkungsgrades bzw. die Verteilung von $\frac{C_D}{C_L}$ über den Radius maßgebend ist. Seine Untersuchungen führten zu dem Ergebnis, daß der Radius $r_0 = 0,75 R$ für die Methode des äquivalenten Profils am besten geeignet ist.

3. Rauigkeits- und Reynoldszahleinfluß

Veränderungen der K_T -I- und K_Q -I-Kurven des Propellers bzw. der C_L - α - und C_D - α -Kurven des äquivalenten Profils durch Rauigkeits- und Reynoldszahleinfluß werden in erster Linie durch die Veränderung des Oberflächenreibungsbeiwertes C_F hervorgerufen. Für die ebene Platte wurde der Zusammenhang zwischen Reibungsbeiwert, Oberflächenrauigkeit und Reynoldszahl von *Prandtl-Schlichting* und *Nikuradse* formelmäßig ausgedrückt. Diese Gleichungen werden hier auch auf die gekrümmten Oberflächen der Profile in etwas veränderter Form angewandt.

Bei geringen Rauigkeiten, d. h. bei nicht voll ausgebildeter Rauigkeitsströmung besteht die Schwierigkeit darin, einen vernünftigen Wert für C_F in Abhängigkeit von der Reynoldszahl anzugeben, da die Umströmung der einzelnen Propellerabschnitte unterschiedlich turbulent ist, die Stromlinien infolge der Zentrifugalkraft nach außen abgelenkt sind und Absaugungseffekte auftreten. Für die Berechnung des Reibungsbeiwertes C_F des „glatten“ Profils wird eine Übergangslinie zwischen der Kurve für laminare und für voll turbulente Umströmung angenommen (Bild 3).

Da alle anderen Einflüsse, die durch veränderte Rauigkeit bzw. Reynoldszahl hervorgerufen werden könnten (wie z. B. der Turbulenzgrad der Strömung), hier nicht behandelt werden, kann der Reynoldszahleinfluß und der Rauigkeitseinfluß jeweils nach den gleichen Formeln in Abhängigkeit vom Oberflächenbeiwert berechnet werden und wird im folgenden gemeinsam behandelt.

3.1. Bestimmung des Oberflächenreibungsbeiwertes C_F

Im Bereich der voll ausgebildeten Rauigkeitsströmung ist der Oberflächenreibungsbeiwert scheinbar unabhängig von der Reynoldszahl, und es wird von *Schlichting* [9] die Abhängigkeit des Reibungsbeiwertes von der relativen Rauigkeit durch die Interpolationsformel:

$$C_F = \left(1,89 + 1,62 \cdot \lg \frac{l}{K_s} \right)^{-2,5} \quad (38)$$

ausgedrückt.

Hierbei bedeutet l die jeweilige Tiefe des Tragflügels und K_s den Korndurchmesser der angenommenen Sandrauigkeit. Für glatte Modellpropeller werden äquiva-

lente Sandrauigkeiten von $K_s = 5 \mu$ für Weißmetall- und $K_s = 10$ bis 15μ für Leichtmetall- bzw. Bronzepropeller angegeben. Mit diesen Zahlenwerten ergeben sich nach Gleichung (38) für glatte Propeller zu hohe C_F -Werte (in der Größenordnung $C_F = 0,006$). Deshalb wurde Gleichung (38) für die hier durchgeführten Berechnungen abgewandelt.

$$C_F = \left(1,89 + 1,62 \cdot \lg \frac{c_{,75}}{K_s} \right)^{-2,5} - \frac{0,000015}{\left(1,89 + 1,62 \cdot \lg \frac{c_{,75}}{K_s} \right)^{-2,5}} \quad (39)$$

Diese Abwandlung der Gleichung (38) ist zulässig, da

1. der zweite Term in dieser Gleichung mit größeren Rauigkeiten kleiner wird, so daß mit zunehmender Rauigkeit Gleichung (39) in Gleichung (38) übergeht,
2. bei allen Rauigkeitsuntersuchungen die Schwierigkeit darin besteht, für die äquivalente Sandrauigkeit einigermaßen genaue Werte anzunehmen und
3. in den später angegebenen empirischen Gleichungen die etwas zu niedrigen C_F -Werte durch entsprechende Wahl der Zahlenfaktoren berücksichtigt werden.

Für die Bestimmung des Oberflächenreibungsbeiwertes in Abhängigkeit von der Reynoldszahl für den glatten Propeller wurden Kurven angenommen, die auf den Ergebnissen von *Gutsche* [6] basieren.

Bei niedrigen Reynoldszahlen, etwa $R_n \leq 10^6$, folgen die Reibungsbeiwerte der glatten Modellpropeller tendenzmäßig der Kurve von *Blasius* für laminare Strömung an der ebenen Platte. Wegen der sicherlich mehr oder weniger vorhandenen Turbulenz der Strömung werden die Reibungsbeiwerte aber in ihrer Größe etwas zu den Werten der turbulenten Plattenströmung tendieren.

Als Bestimmungsgleichung für Oberflächenreibungsbeiwerte wird im Bereich $R_n \leq 10^6$ die um 0,001 erhöhte Blasiuslinie verwendet

$$C_F = \frac{1,32}{\sqrt{R_n}} + 0,001 \quad (40)$$

Für den Bereich größerer Reynoldszahlen wird von *Prandtl-Schlichting* eine Übergangskurve angegeben:

$$C_F = \frac{0,455}{(\lg \cdot R_n)^{2,58}} - \frac{A}{R_n}$$

wobei der erste Term den Widerstandsbeiwert der glatten längsangeströmten ebenen Platte in turbulenter Strömung darstellt, und der Ausdruck A/R_n stellt die Abminderung durch den laminaren Anlauf dar. Die Größe von A hängt von der Lage des Umschlagpunktes ab. Für die ebene Platte ohne besondere Absaugung wird der Umschlagpunkt bei etwa $R_n = 5 \cdot 10^5$ liegen, und A nimmt dann den Wert 1700 an. Infolge der Zentrifugalbeschleunigung sind die Stromlinien der Grenzschichtströmung nach außen abgelenkt, und es erfolgt eine „Absaugung“ der Grenzschichtteilchen aus den inneren Flügelbereichen nach außen hin (vgl. [8]). Dadurch wird die laminare Grenzschichtströmung stabilisiert und der Umschlagpunkt laminar-turbulent sicherlich weiter nach hinten verlagert.

Da nicht genügend Modellversuche im Bereich $R_n > 10^6$ für diese Untersuchungen zur Verfügung standen, wird für den Bereich des Überganges von laminarer zu turbulenter Umströmung auf Grund der obigen Überlegungen die Gleichung

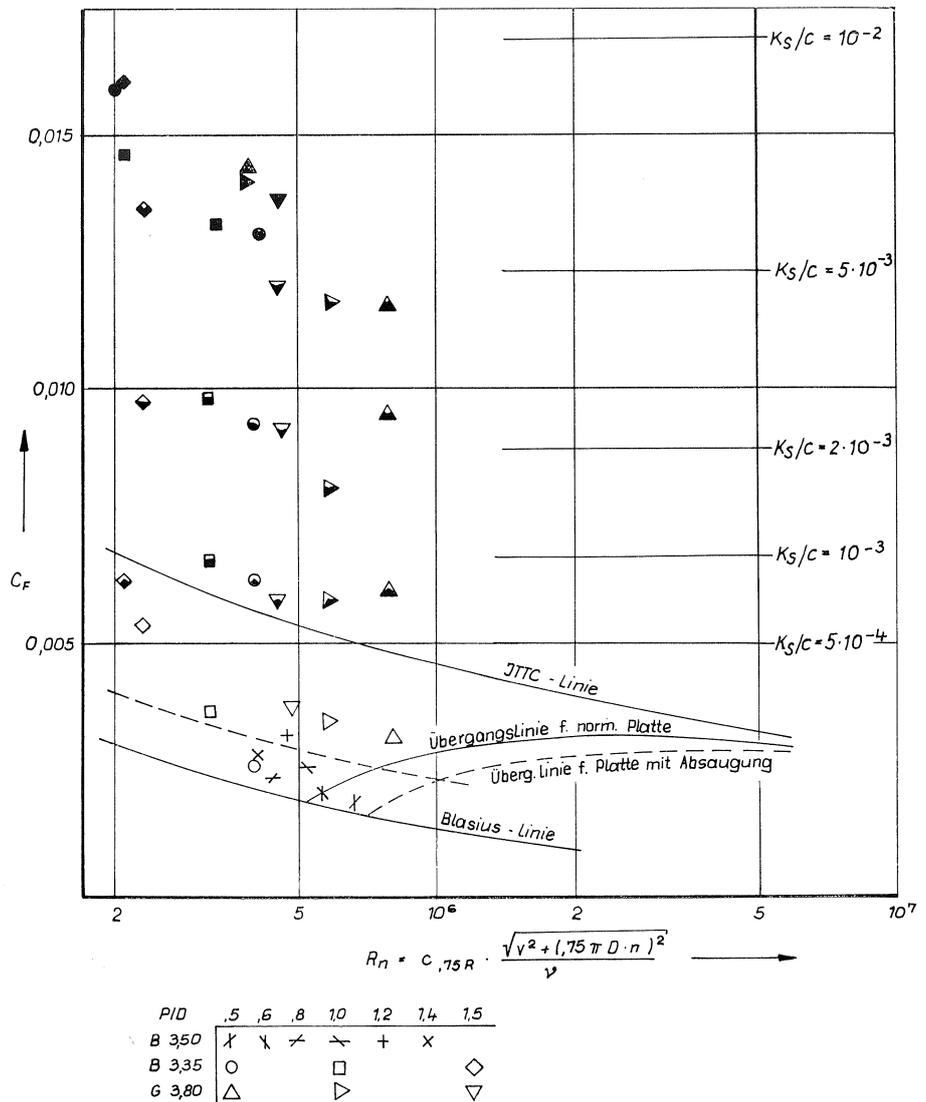


Bild 3. Oberflächenreibungsbeiwerte c_F in Abhängigkeit von der Reynoldszahl R_n und der relativen Rauigkeit $\frac{K_S}{c}$

$$c_F = \frac{0.455}{(\lg R_n)^{2.58}} - \frac{2300}{R_n} \quad (41)$$

gewählt, die auch bei sehr großen Reynoldszahlen, d. h. bei voll turbulenter Strömung gilt.

Die Kurven nach Gleichung (40) und (41) sind in Bild 3 gestrichelt eingezeichnet.

Falls die für schwach raue Propeller nach der Gleichung (39) berechneten Reibungsbeiwerte c_F kleiner als die nach Gleichung (40) bzw. (41) berechneten Beiwerte sind, ist die Rauigkeit geringer als die kritische Rauigkeit, und es werden die c_F -Werte gemäß Gleichung (40) bzw. (41) verwendet.

3.2. Einfluß des Oberflächenreibungsbeiwertes auf die Profilverläufe des äquivalenten Profils

Alle drei Größen C_L , C_D und α , die die Profileigenschaften eines Tragflügels kennzeichnen, werden durch eine Veränderung des Reibungsbeiwertes beeinflusst. Natürlich kann α konstant gehalten werden und nur die Verschiebungen ΔC_L und ΔC_D als Funktionen der Veränderung des Reibungsbeiwertes Δc_F dargestellt werden. Für den Tragflügel bedeutet dies aber eine Verschiebung des Arbeitspunktes und beim Propeller ändert sich somit

die Fortschrittsziffer I . Die im folgenden dargestellten Gleichungen sind für den Fall abgeleitet, daß sich die Fortschrittsziffer des Propellers möglichst wenig ändert. Die Veränderung der Propellerpolaren durch Veränderung der Propellerrauigkeit sind als Prinzipskizze in Bild 4 dargestellt.

Die eingezeichneten Punkte kennzeichnen Betriebspunkte des Propellers mit gleicher Fortschrittsziffer.

Eine andere Darstellungsweise der Profilverläufe, die den Einfluß der Rauigkeit gut wiedergibt, ist in Bild 5 gegeben. Hier sind die Versuchsergebnisse von Gutsche [6] mit dem Gawnschen Propeller G 3.80, $P/D = 1.0$ und den verschiedenen Rauigkeiten dargestellt. In diesem Bild sind auch die Geraden für konstanten Anstellwinkel α und für konstante Fortschrittsziffer I dargestellt.

3.2.1. Einfluß des Oberflächenreibungsbeiwertes c_F auf den Profilwiderstandsbeiwert C_D

Um den Einfluß der Oberflächenrauigkeit auf den Profilwiderstand einigermaßen real zu erfassen, ist es zweckmäßig, den Widerstandsbeiwert C_D in einen Oberflächenreibungsanteil C_{DF} und einen Normalwiderstandsanteil C_{DN} aufzuteilen.

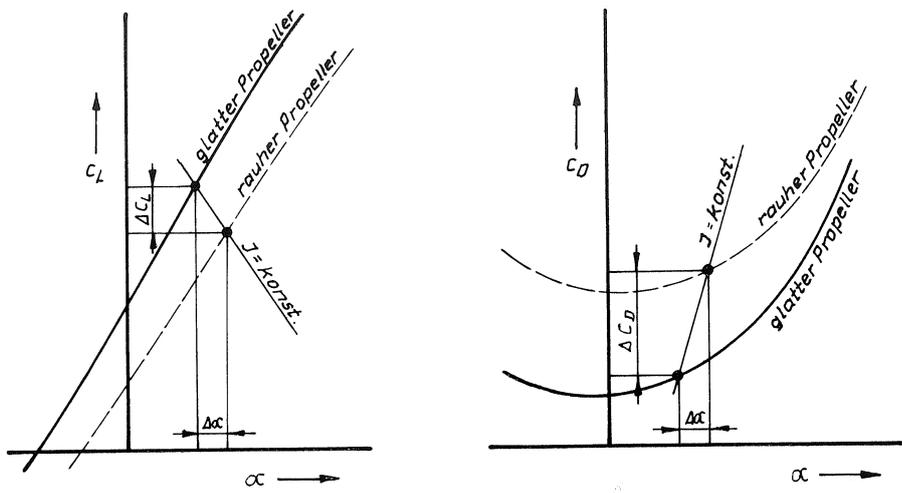


Bild 4. Veränderung der Propellerpolaren durch Propellerrauhigkeit für konstante Fortschrittsziffer J

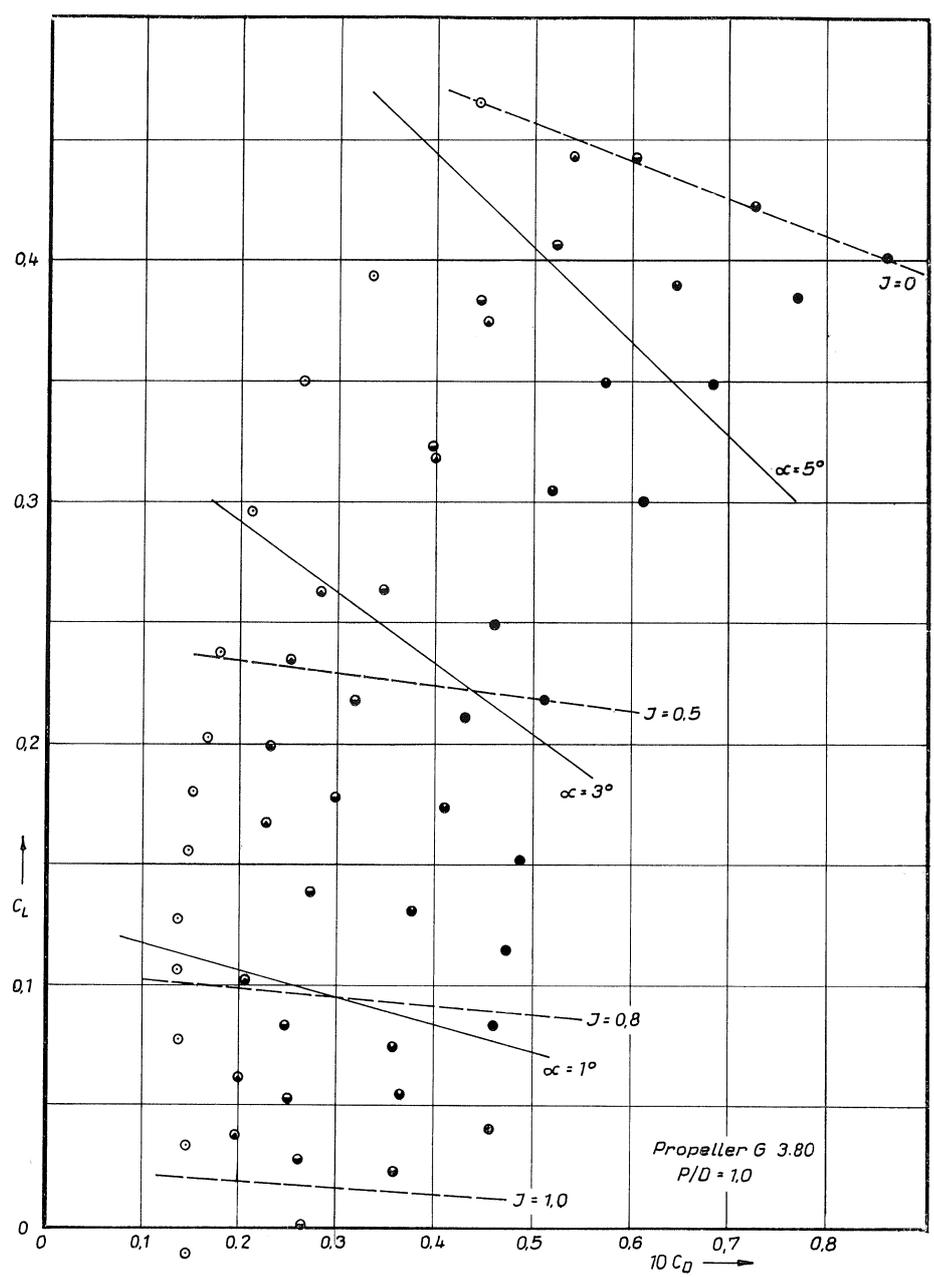


Bild 5. Einfluß der Rauigkeit auf die Profilpolaren

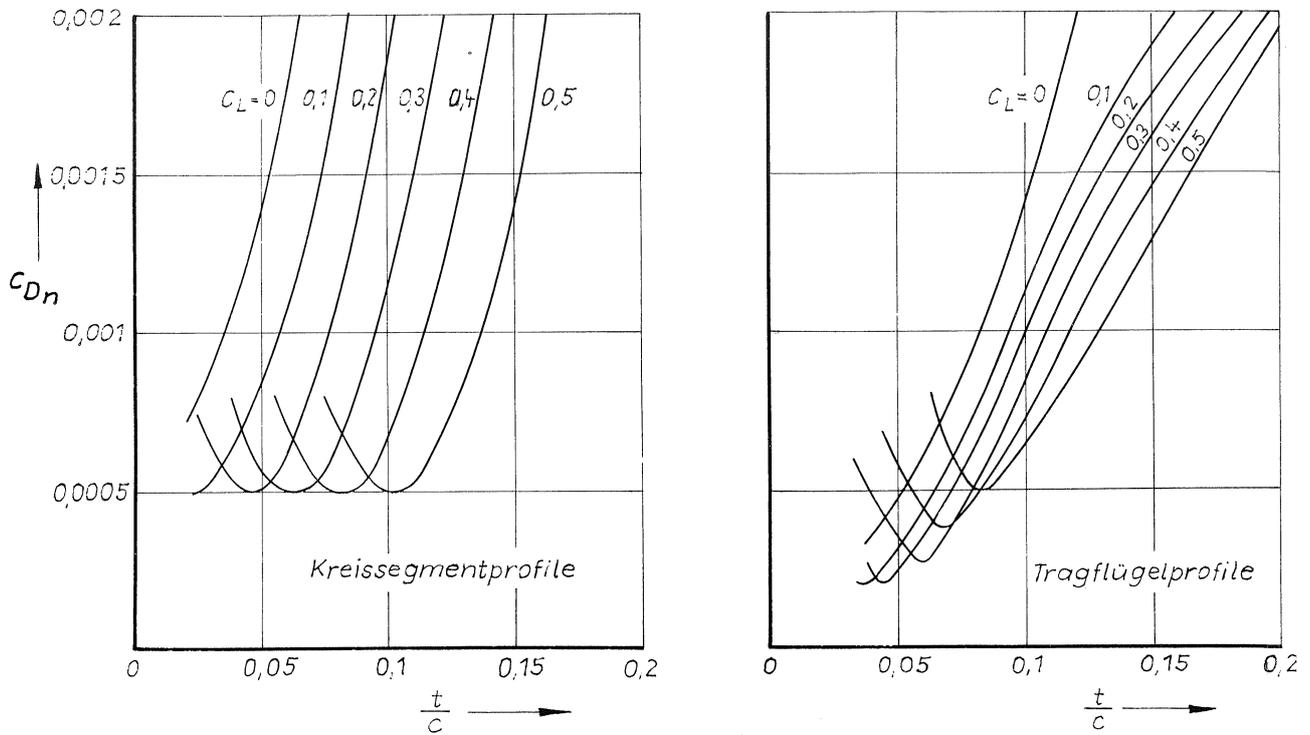


Bild 6. Normalwiderstandsbeiwerte nach Gutsche [7] (überkritisch)

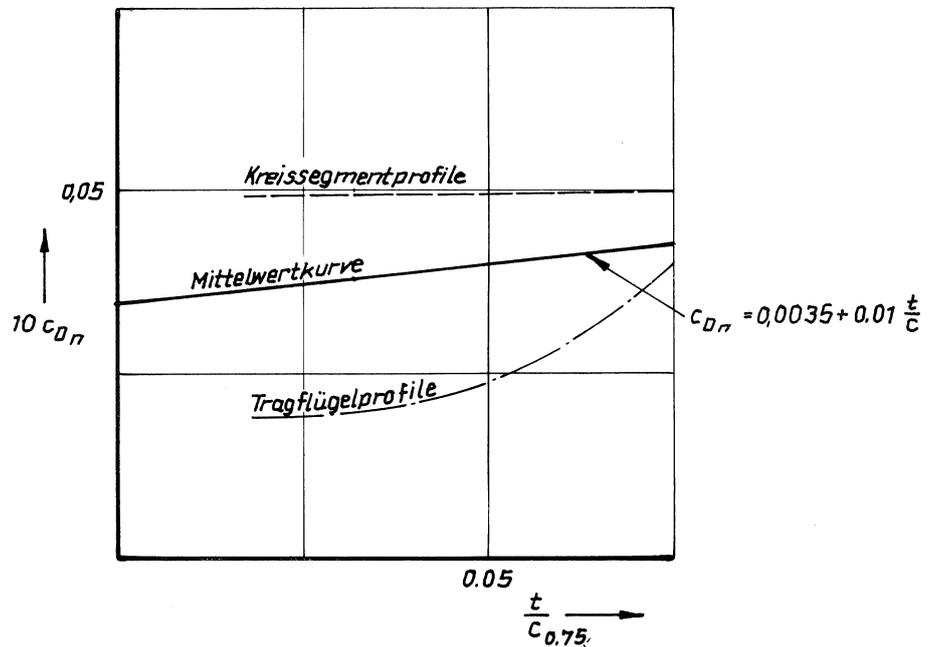


Bild 7. Normalwiderstandsbeiwerte für „stoßfreie“ Anströmung (überkritisch) Mittelwertkurve für $0,02 \leq \frac{t}{c} \leq 0,07$

$$C_D = C_{Dn} + C_{DF} \quad (42)$$

Gutsche [7] analysierte die Widerstände von glatten Propellerflügelschnitten mit Tragflügel- und Kreissegmentprofilen. Die Abhängigkeit des Normalwiderstandsbeiwertes von dem Dickenverhältnis des Profils ist für den Fall der überkritischen Umströmung im Bild 6 dargestellt. Für den Fall der „stoßfreien“ Anströmung sind zwei Kurven für $C_{Dn \min}$ für Kreissegmentprofile und Tragflügelprofile im Bild 7 angegeben. Für die hier angestellten Untersuchungen ist es ausreichend, die in diesem Bild angegebene Näherungsgerade

$$C_{Dn \min} = 0.0035 + 0.01 \cdot \frac{t}{c} \quad (43)$$

für beide Profilformen zu verwenden.

Wie sich später noch zeigt, wird sich der absolute Betrag des Normalwiderstandes des glatten Propellers aus den Gleichungen zur Berechnung des Rauigkeitseinflusses herauskürzen.

Bei „stoßfreier“ Umströmung tritt nur an der Vorderkante des Profils ein größerer Druckanstieg auf, so daß der Normalwiderstand fast ausschließlich durch den Kantenwiderstand gebildet wird.

Die in den Bildern 6 und 7 dargestellten Kurven gelten für relative Kantendicken $\frac{t_K}{c} = 0.008$.

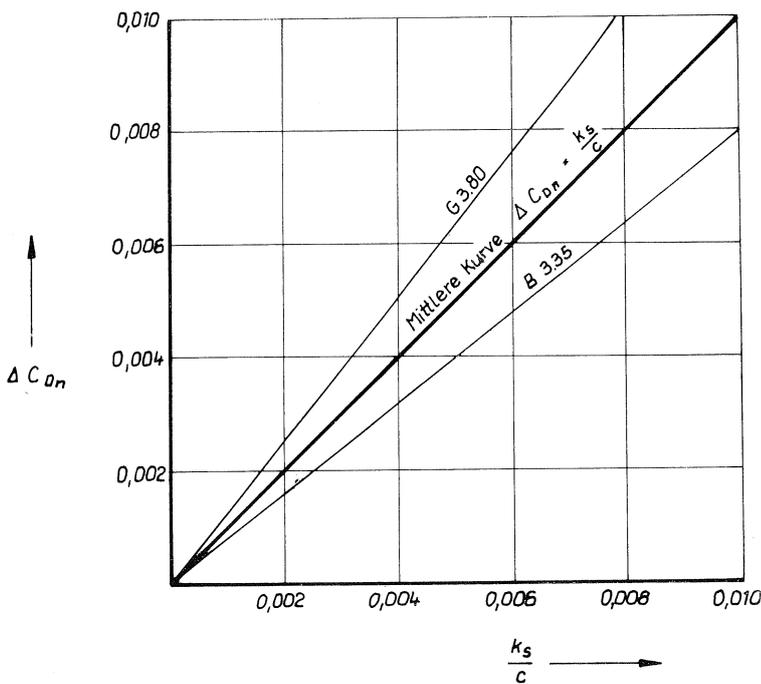
Der Einfluß der Rauigkeit auf den Normalwiderstand des Profils wird hauptsächlich auf die Vergrößerung der Kantendicke zurückgeführt. Die Kantendicke des rauhen Propellers vergrößert sich um den zweifachen Durchmesser der Korngröße der äquivalenten Sandrauigkeit.

Gutsche [6] macht den Ansatz für den Kantenwiderstandsbeiwert C_{DK}

$$C_{DK} = \text{konst.} \cdot \frac{t_K}{c} \quad (44)$$

Indem die relative Kantendicke durch die doppelte relative Rauigkeit ersetzt wird, ergeben sich mit den Zahlenangaben von Gutsche die beiden für die Propeller B 3.35 und G 3.80 im Bild 8 dargestellten Kurven.

Für die weitere Rechnung ist es ausreichend, eine für alle Propeller geltende Näherungskurve anzunehmen.



$$C_{DF}^* = 2 \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{t}{c}\right) \cdot C_F \quad (47)$$

C_F ist auf die Fläche der einseitig benetzten ebenen Platte bezogen, und der Faktor 2 berücksichtigt die unterschiedlichen Bezugsflächen beim Oberflächenreibungsbeiwert und beim Profilwiderstandsbeiwert.

Da die Grenzschichtströmung am Propeller nicht auf kreiszylindrischen Bahnen verläuft (die der ebenen Umströmung von Tragflügeln entspräche), sondern infolge der Zentrifugalbeschleunigung stark nach außen abgobene spiralförmige Bahnen aufweist, vergrößert sich der Weg, den die Wasserteilchen entlang der Profillfläche zurücklegen. Dadurch verändert sich die Gleichung (46) für den Propeller:

$$C_{DF} = 2 \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{t}{c}\right) \cdot C_F \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_r}{r \cdot \omega}\right)^2} \quad (48)$$

Die Größe des Ausdruckes $\sqrt{1 + \left(\frac{V_r}{r \cdot \omega}\right)^2}$ wird hauptsächlich vom Zustand der Strömung bestimmt. Bei voll-

Bild 8

Vergrößerung des Kantenwiderstandes durch Rauigkeit für die Propeller B 3.35 und G 3.80 (nach Gutsche)

$$\Delta C_{Dn} = C_{DK} = \frac{k_s}{c} \quad (45)$$

ΔC_{Dn} bedeutet die Erhöhung des Normalwiderstandsbeiwertes durch die Propellerrauigkeit. Der Proportionalitätsfaktor in obiger Gleichung ergibt sich zufällig gerade zu 1.

Die relative Rauigkeit soll durch den Oberflächenreibungsbeiwert ersetzt werden. Unter Verwendung der Gleichung (38), die hier mit ausreichender Genauigkeit anstelle der Gleichung (39) verwendet werden kann, ergibt sich

$$\Delta C_{Dn} = \frac{1}{e^{(C_F^{-0.4} - 1.89)/0.704}} \quad (46)$$

Für die Berechnung des Oberflächenreibungsanteils des Widerstandsbeiwertes gibt Hoerner für eben umströmte Tragflügel folgenden Ansatz an:

kommen turbulenter Umströmung des Flügels hat der Faktor etwa den Wert 1, ist aber bei laminarer Umströmung erheblich größer. Da sich bei einem Propeller der Umschlag laminar-turbulent mehr oder weniger gleichmäßig mit einer Änderung der Reynoldszahl verändert, kann dieser Faktor durch eine Funktion der Reynoldszahl angegeben werden. Als Funktion $K(R_n)$ wird hier $\left(1 + \frac{180}{\sqrt{R_n}}\right)$ gewählt.

Die Gegenüberstellung mit den Zahlenangaben von Gutsche zeigt, daß die Tendenz übereinstimmt, die Zahlenwerte aber nach der gewählten Funktion nicht so hoch sind.

R_n	0.2	0.4	$0.9 \cdot 10^6$
$\sqrt{1 + \left(\frac{V_r}{r \cdot \omega}\right)^2}$	1.78	1.65	1.53 nach Gutsche
	1.40	1.29	1.19 nach $\left(1 + \frac{180}{\sqrt{R_n}}\right)$

Für größere Reynoldszahlen geht der Zahlenfaktor gegen 1. Somit ergibt sich für den Reibungsanteil des Widerstandsbeiwertes

$$C_{DF} = 2 \cdot \left(1 + 2 \frac{t}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{180}{\sqrt{R_n}}\right) \cdot C_F \quad (49)$$

Für den Fall der „stoßfreien“ Anströmung eines Propellerschnittes beliebiger Rauigkeit gilt also

$$C_{Dmin} = C_{Dn \min} + \Delta C_{Dn} + C_{DF} \quad (50)$$

oder ausführlich

$$C_{D \min} = 0.0035 + 0.01 \cdot \frac{t}{c} + \frac{1}{e^{\{(C_F^{-0.4} - 1.89)/0.704\}}} + 2 \cdot \left(1 + 2 \frac{t}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{180}{\sqrt{R_n}}\right) \cdot C_F \quad (51)$$

Jetzt wird die Annahme getroffen, daß sich bei verändertem Profilanstellwinkel nur der vom Oberflächenreibungsbeiwert C_F unabhängige Teil des Normalwiderstandes ändert, der Kantenwiderstand und der Reibungswiderstand also unverändert bleiben.

Für einen Propeller P_2 , der infolge einer anderen Reynoldszahl und (oder) einer anderen Rauigkeit den geänderten Oberflächenreibungsbeiwert C_{F2} besitzt, ändert sich der Widerstandsbeiwert nach folgender Gleichung:

$$C_{D2} = C_{D1} + \frac{1}{e^{\{(C_{F2}^{-0.4} - 1.89)/0.704\}}} - \frac{1}{e^{\{(C_{F1}^{-0.4} - 1.89)/0.704\}}} + 2 \cdot \left(1 + 2 \frac{t}{c}\right) \cdot \left\{ \left(1 + \frac{180}{\sqrt{R_{n2}}}\right) C_{F2} - \left(1 + \frac{180}{\sqrt{R_{n1}}}\right) \cdot C_{F1} \right\} \quad (52)$$

Der Normalwiderstandsbeiwert des glatten Propellerprofils bei „stoßfreier“ Anströmung $C_{Dn \min}$ wurde also aus dieser Gleichung eliminiert. Die Gleichung (52) gilt daher nicht nur für den Fall der stoßfreien Anströmung, sondern für jeden Arbeitspunkt, d. h. für jede Propellerbelastung.

3.2.2. Einfluß des Oberflächenreibungsbeiwertes C_F auf den Auftriebsbeiwert C_L und den Anstellwinkel α

Da die Fortschrittsziffer I der Propeller verschiedener Rauigkeit konstant bleiben soll, ändern sich sowohl C_L als auch C_D und α mit dem Reibungsbeiwert C_F . Während jedoch der Zuwachs des Widerstandsbeiwertes ΔC_D nur vom Reibungsbeiwert und von der Propellergeometrie abhängt (wie im vorhergehenden Abschnitt erklärt und durch das Experiment gut bestätigt wurde), ist die Änderung ΔC_L und $\Delta \alpha$ auch vom Arbeitspunkt des Propellers abhängig.

Die Auswertung der Versuche von *Gutsche* [6] zeigte aber, daß sich C_L und α gleichermaßen (jedoch mit

entgegengesetztem Vorzeichen) mit der Rauigkeit ändern, und $\frac{\Delta C_L}{\Delta \alpha}$ konstant für jeden Betriebspunkt des Propellers ist. Der Quotient $\frac{\Delta C_L}{\Delta \alpha}$ ist also nur eine Funktion der Propellergeometrie. Die empirische Gleichung

$$\frac{\Delta C_L}{\Delta \alpha} = -0.005 \cdot \frac{(1 + P/D)}{\frac{A_D}{A_0} \cdot \frac{1}{z}} \quad (53)$$

liefert eine recht gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Der Arbeitspunkt des Propellers soll hier durch die Größe der Fortschrittsziffer I gekennzeichnet sein. Die Größen ΔC_L und $\Delta \alpha$ sind außer von der Propellergeometrie auch von I abhängig, und es wurden die empirischen Gleichungen

$$\Delta C_L = 2.4 \cdot \frac{1.15 + 0.6 P/D - J}{\sqrt{\frac{A_D}{A_0} \cdot \frac{1}{z}}} \cdot \Delta C_F \quad (54)$$

und

$$\Delta \alpha [^\circ] = 277 \cdot \frac{\sqrt{\frac{A_D}{A_0} \cdot \frac{1}{z}}}{(1 + P/D)} (1.15 + 0.6 P/D - J) \cdot \Delta C_F \quad (55)$$

ermittelt. Da die Änderungen ΔC_L und $\Delta \alpha$ klein sind im Vergleich zu ΔC_D , wurde nicht nach genaueren Gleichungen zur Bestimmung von ΔC_L und $\Delta \alpha$ gesucht, die eventuell aus der Propellertheorie abgeleitet werden könnten. Hier soll aber darauf hingewiesen werden, daß die empirischen Gleichungen nur aus den Ergebnissen der Versuche [6] mit dreiflügeligen Propellern abgeleitet wurden und die Flügelzahl z sich auch noch anders als in den gegebenen Gleichungen auswirken könnte.

4. Einige technische Maßnahmen zur Realisierung des Rechenprogramms

Das geschilderte Berechnungsverfahren sollte für ein Programm der EDV-Odra 1204 benutzt werden. Daraus ergaben sich einige Abweichungen bzw. Vereinfachungen gegenüber dem bisher dargestellten Berechnungsgang.

Der Propellerschnitt mit dem Radius $r_0 = 0.75 R$ wird als äquivalenter Radius festgelegt. Für diesen Radius müssen Blattmittellänge und Dickenverhältnis bekannt sein.

Die von *Wageningen* angegebenen Gleichungen der Propellergeometrie für die B-Serie werden hier grundsätzlich für alle Propeller verwendet.

$$c_{.75} = 2.073 \cdot \frac{A_E}{A_0} \cdot \frac{1}{z} \cdot D \quad (56)$$

$$\frac{t_{.75}}{c_{.75}} = \frac{0.0185 - 0.00125 \cdot z}{\frac{c_{.75}}{D}} \quad (57)$$

Diese Verallgemeinerungen sind möglich, da die exakte Blattschnittlänge bei der Anwendung der Methode des äquivalenten Profils nicht unbedingt verwendet werden muß. Bei der Berechnung der relativen Rauigkeit ist die Unsicherheit bei der Festlegung der äquivalenten Sandrauigkeit größer.

Die Reynoldszahlen werden entweder eingegeben oder aus den eingegebenen Drehzahlen nach der Gleichung

$$R_n = \frac{n \cdot D^2}{\nu} \cdot \frac{c_{.75}}{D} \cdot \sqrt{J^2 + (0.75 \cdot \pi)^2} \quad (58)$$

bestimmt.

5. Auswertung von Rauigkeitsversuchen

5.1. Rauigkeitsversuche von Gutsche [6]

Im Jahre 1961 wurden von Gutsche umfangreiche Modellversuche mit vollkommen und teilweise aufgerauhten Propellern durchgeführt. Die verwendeten Propeller und die bei den Versuchen mit den glatten Propellern verwendeten Drehzahlen, die nach Möglichkeit auch bei den Versuchen mit rauhen Propellern eingehalten werden sollten, sind aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich.

Prop.-Typ	A_D/A_0	P/D	n [s ⁻¹]	$R_{n,75} \cdot 10^{-5}$
B 3.35	0.35	0.5	19.7	4.0
		1.0	14.8	3.1
		1.5	9.8	2.2
G 3.80	0.80	0.5	16.8	7.8
		1.0	11.8	5.7
		1.5	8.9	4.5

Die Reynoldszahlen gelten für die Fortschrittsziffer $I = 0.75 \cdot P/D$. Die Propeller B 3.35 entsprechen der Wageningen B-Serie, die Erzeugende steht aber senkrecht auf der Propellerachse, die Propeller G 3.80 entsprechen der Gawn-Serie.

Für die Aufrauung der Oberfläche der Propellerflügel wurde feinkörniges Korundpulver verwendet, das mittels dünn aufgestrichenen Bootslacks festgeklebt wurde. Aus den verwendeten Korngrößen ergeben sich nach Gleichung (39) mit dem Propellerdurchmesser $D = 200$ mm folgende Oberflächenreibungsbeiwerte C_F

	Propeller B 3.35	Propeller G 3.80	Symbol bei der Darstellung in den Diagrammen
glatt $K_s = 0.005$ mm	C_F ist abhängig von der R_n -Zahl		○
rauh $K = 0.045$ mm	0.0065	0.0045	◐
0.100 mm	0.0088	0.0064	◑
0.315 mm	0.0135	0.0099	◒
0.500 mm	0.0161	0.0118	◓

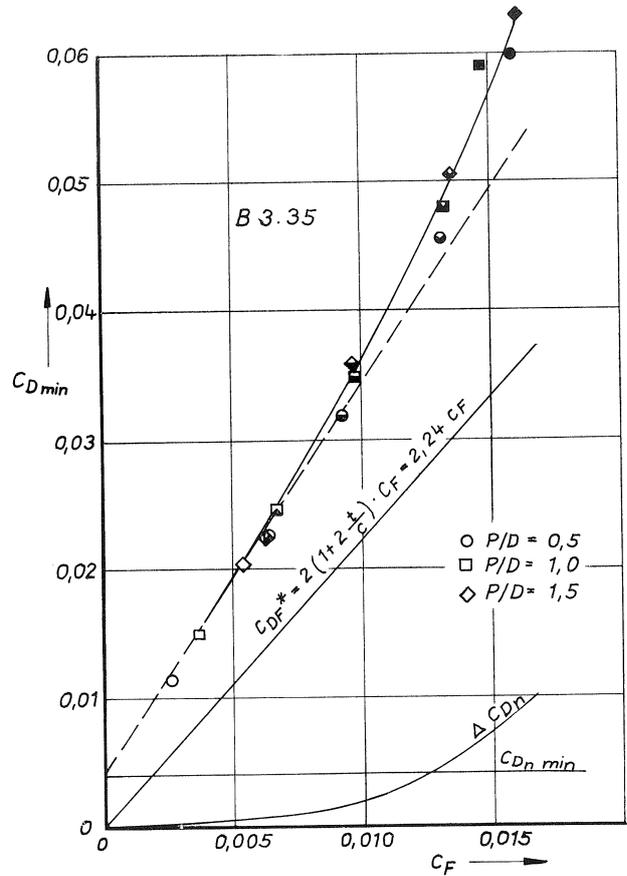


Bild 9. Anteile des Profilwiderstandsbeiwertes C_{Dmin} bei „stoßfreier“ Anströmung für den Propeller B 3.35

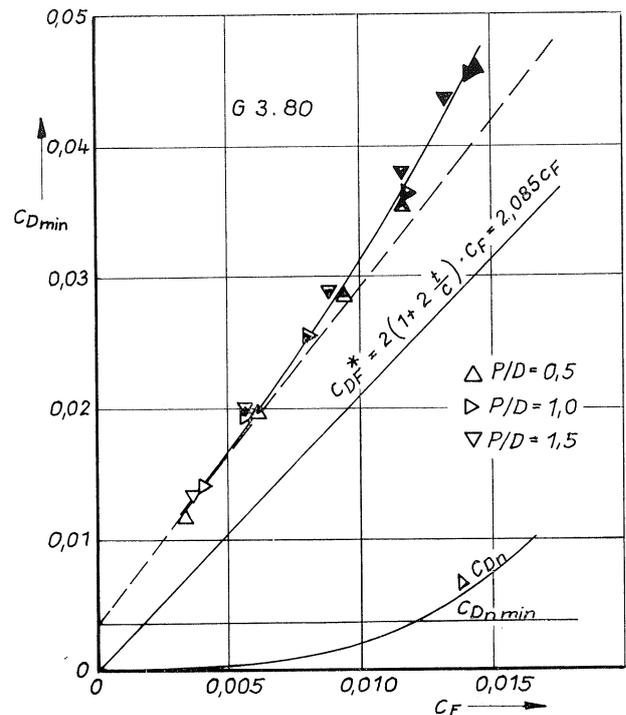


Bild 10. Anteile des Profilwiderstandsbeiwertes C_{Dmin} bei „stoßfreier“ Anströmung für den Propeller G 3.80

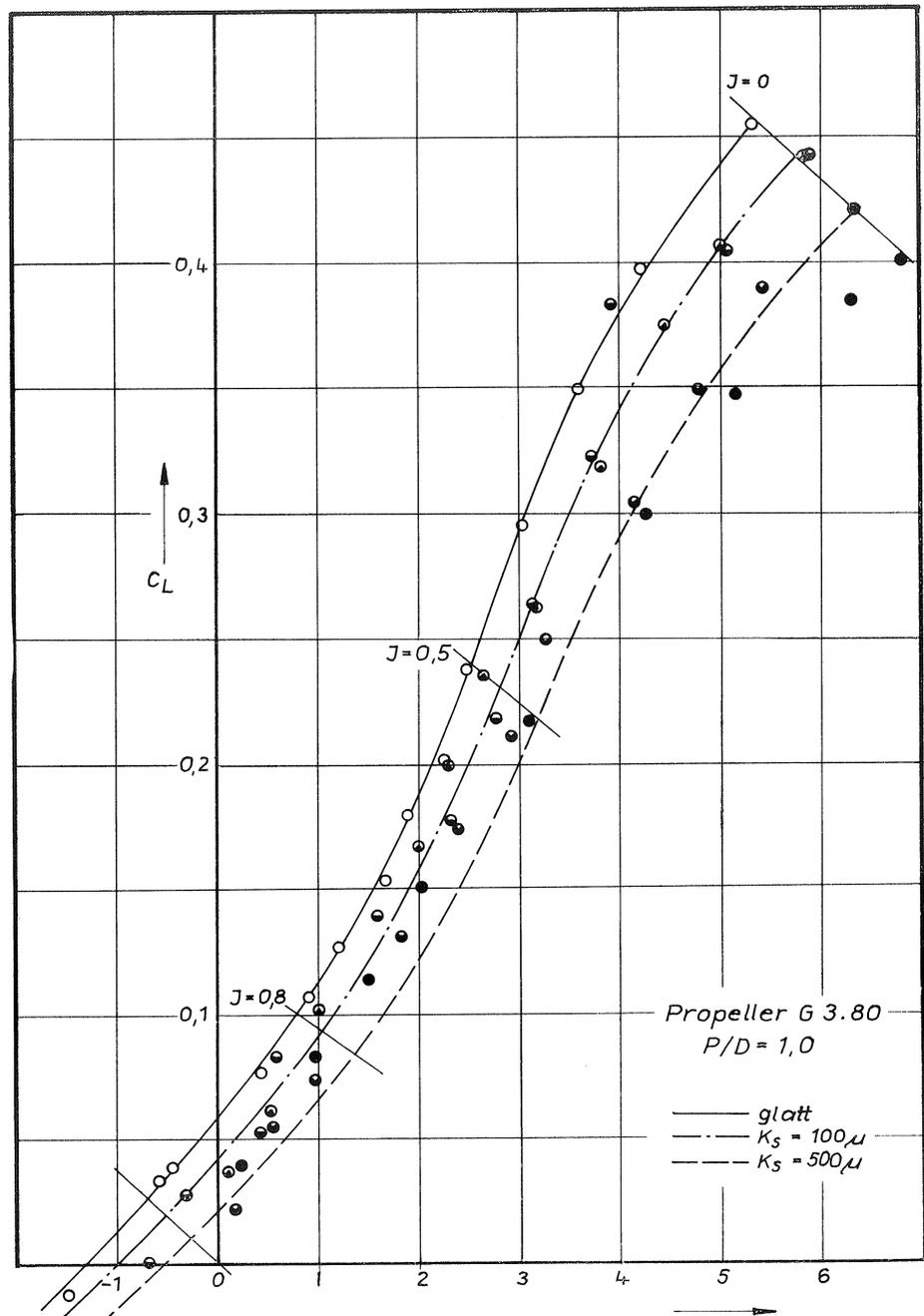


Bild 11. Auftriebsbeiwerte des äquivalenten Profils des Propellers G 3.80, $P/D = 1,0$

Die berechneten Kurven für $K_s = 0,1$ mm und $K_s = 0,5$ mm wurden durch $- \cdot -$ bzw. $- - -$ dargestellt. Die dazwischen liegenden Kurven für $K_s = 0,045$ und $K_s = 0,315$ mm wurden nicht gezeichnet.

5.2. Rauigkeitsversuche von Nordström [5]

Von der Schiffbau-Versuchsanstalt Göteborg wurden 1954 Ergebnisse von Versuchen mit einem Propeller mit verschiedenen Rauigkeiten mitgeteilt.

Propeller- und Versuchsdaten:

Prop.-Nr. P 64

$D = 257,3$ mm
 $P/D = 0,77$
 $A_D/A_0 = 0,47$
 $z = 4$
 $R_n = (3,0 - 3,2) \cdot 10^5$

Rauigkeiten Reibungsbeiwerte n. Gl. (39)

$K_s = 0,03$ mm $C_F = 0,0049$
 $0,11$ mm $0,0083$
 $0,20$ mm $0,0104$
 $0,45$ mm $0,0140$

Der Propeller wurde aufgeraut, indem Alumdum auf schnell trocknenden dünn aufgetragenen Schellack aufgebracht wurde.

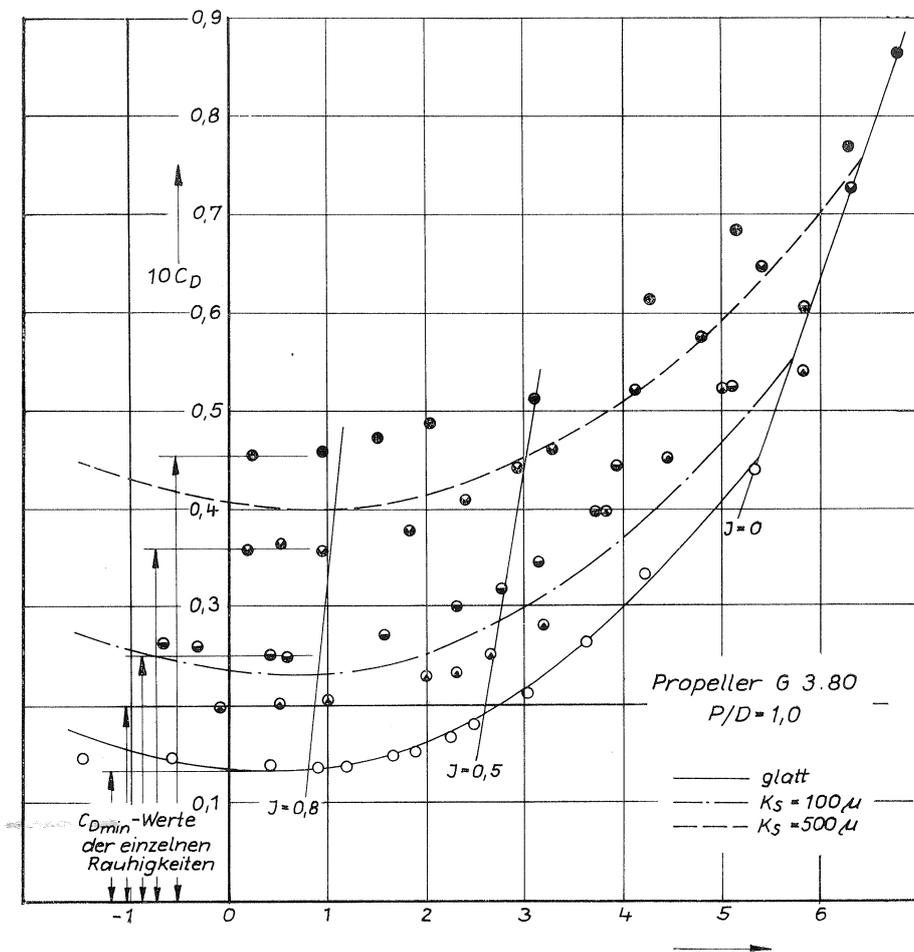


Bild 12. Widerstandsbeiwerte des äquivalenten Profils des Propellers G 3.80, P/D = 1,0

5.3. Lösungsweg bei der Analyse der Rauigkeitsversuche

Nach dem im Abschnitt 2.1 beschriebenen Verfahren wurden von allen (K_T - K_Q -I)-Meßwerten die entsprechenden (C_L - C_D - α)-Werte berechnet und in Diagrammen analog den Bildern 11 und 12 aufgetragen.

Aus den C_D - α -Diagrammen wurden für den Arbeitspunkt der „stoßfreien“ Anströmung die $C_{D \min}$ -Werte der einzelnen Propeller mit den jeweiligen Rauigkeiten abgelesen. Da der den Rauigkeiten zugehörige Oberflächenreibungsbeiwert C_F durch die Gleichung (39) vorher festgelegt wurde, konnten nun die durch die Theorie noch nicht festgelegten Konstanten in der Gleichung (51), insbesondere der Faktor $\left(1 + \frac{180}{\sqrt{R_n}}\right)$, als Mittelwerte aus den einzelnen Versuchen festgelegt werden.

Zur Überprüfung der Gleichung (51), die entscheidend für die gesamten Rauigkeitsuntersuchungen war, wurden rückwirkend aus den gemessenen $C_{D \min}$ -Werten nach dieser Gleichung die C_F -Werte bestimmt. Vor allem konnten nun auch die C_F -Werte der glatten Propeller berechnet werden. Die Ergebnisse dieser Berechnung sind im Bild 3 und in den Bildern 9 und 10 dargestellt. Die Bilder 9 und 10 zeigen des weiteren die einzelnen Bestandteile des Profilwiderstandsbeiwertes. Man erkennt deutlich, daß die $C_{D \min}$ -Werte nicht linear mit den C_F -Werten ansteigen, und daß die Abweichung von der Linearität mit dem Ansteigen des Kantenwiderstandes übereinstimmt.

Mittels Gleichung (52), die aus Gleichung (51) entwickelt

wurde, konnten nun die C_D -Werte der Kurven in Bild 12 und den entsprechenden anderen Diagrammen berechnet werden. In die C_L - α -Diagramme wurden Mittelwertkurven für die entsprechenden Rauigkeiten gelegt. Aus den Differenzen dieser Kurven mit den Kurven für den glatten Propeller und den eingezeichneten Geraden für $I = \text{konstant}$ wurden die Gleichungen (54) und (55) als ausreichende Näherungen ermittelt. Die nach diesen Gleichungen berechneten Kurven für den Propeller G 3.80, P/D = 1.0 sind im Bild 11 eingezeichnet.

Aus den nunmehr für die verschiedenen Rauigkeiten berechneten C_L - α - und C_D - α -Kurven wurden nach dem im Abschnitt 2.1 geschilderten Verfahren die K_T - K_Q -I-Kurven berechnet. Die für die mittleren und größten Rauigkeiten berechneten Kurven der SVA-Propeller sind in den Bildern 13 bis 18 und des SSPA-Propellers im Bild 19 dargestellt.

Die K_T -10 K_Q -I-Kurven des Propellers G 3.80, P/D = 1, dessen Polaren in den Bildern 11 und 12 dargestellt sind, sind im Bild 17 dargestellt. Durch eine andere Wahl der Zahlenfaktoren in den Gleichungen (51), (54) und (55), hätte eine bessere Übereinstimmung der berechneten Polaren mit den Meßwerten für diesen Propeller erzielt werden können, wodurch auch die berechneten K_T -10 K_Q -I-Kurven mit den Meßwerten besser übereinstimmen würden. Dann würden aber die Abweichungen bei anderen Propellern, insbesondere beim SSPA-Propeller größer werden.

Einschätzend kann gesagt werden, daß bei den SVA-Propellern die für die rauhen Propeller berechneten

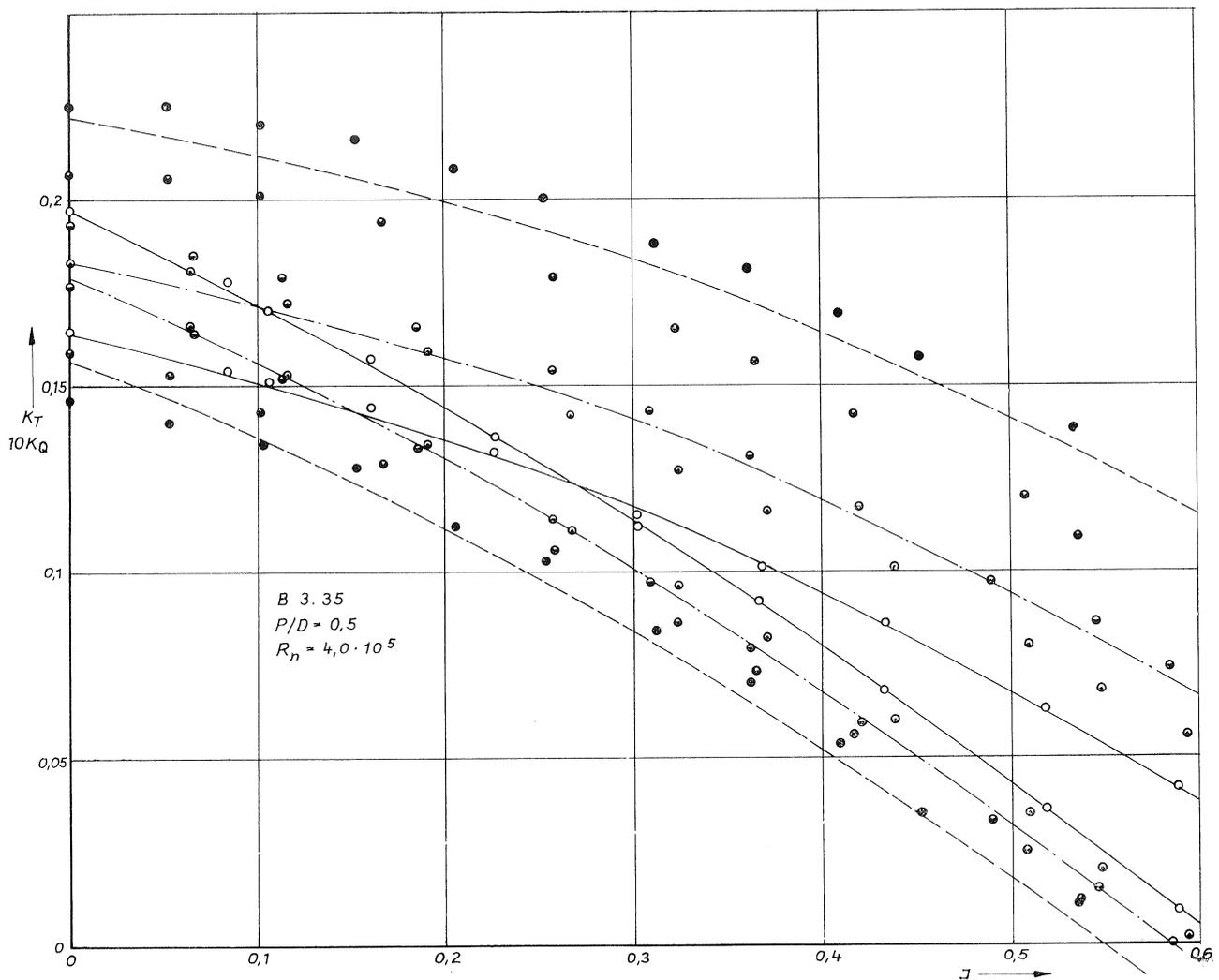


Bild 13. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit Versuchsergebnissen

Kurven mit den Meßwerten teilweise gut übereinstimmen, teilweise aber liegen die berechneten Kurven näher an den Kurven des glatten Propellers. Die berechnete Verschlechterung des Propellers durch die Rauigkeit ist dann nicht so groß wie die gemessene.

Bei dem SSPA-Propeller ist die Tendenz gerade umgekehrt. Hier ist die berechnete Verschlechterung größer als die gemessene.

Diese Unterschiede sind in erster Linie auf die Unsicherheit bei der Bestimmung der Korngröße der äquivalenten Sandrauhigkeit zurückzuführen. Schon die Verwendung unterschiedlicher Methoden bei der Aufrauhung mit Körnern gleichen Durchmessers können diese Differenzen hervorrufen. Da hier nicht entschieden werden kann, welche der in den beiden Versuchsanstalten angegebenen Rauigkeiten besser mit den tatsächlich vorhandenen Sandrauhigkeiten übereinstimmen, werden für die Bestimmungsgleichungen (51), (54) und (55) Zahlenwerte benutzt, die möglichst beiden Versuchsergebnissen gerecht werden.

6. Berücksichtigung des Reynoldszahleinflusses bei der Auswertung der SVA-Versuche mit der Serie B 3.50 (SVA-modifiziert)

In der SVA wurden Freifahrversuche mit 3 flügeligen Propellern mit dem Durchmesser $D = 200$ mm und mit dem Flächenverhältnis $A_D/A_0 = 0,5$ durchgeführt. Ge-

genüber der original Wageningen B-Serie stand bei der SVA-Serie die Erzeugende senkrecht auf der Propellerachse.

P/D	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
$R_{n,75} \cdot 10^{-5}$	6.6	5.6	4.4	5.2	4.7	4.1

Die Versuche wurden mit mehreren Drehzahlen durchgeführt, die angegebenen Reynoldszahlen gelten für die höchsten Drehzahlen. Bei der ersten Auswertung der Versuche wurden die Versuchsergebnisse mit den höheren Drehzahlen stärker berücksichtigt. Im übrigen wurde der Reynoldszahleinfluß außer acht gelassen.

Die in [10], Bild 7 mitgeteilten Freifahrtkurven entstanden durch manuelles Straken der gemessenen Werte.

Diese Versuche sollten unter Berücksichtigung des Reynoldszahleinflusses noch einmal neu gestrakt werden.

Wie schon anfangs dargelegt wurde, müßte theoretisch für eine Propellerfamilie eine gemeinsame C_L - α - und C_D - α -Polare existieren. Wie Lindgren [11] durch Versuche nachwies, ist diese Vereinfachung innerhalb des üblichen Steigungsbereiches durchaus zulässig. Mit seinen Versuchen konnte er keine eindeutige Abhängigkeit der C_D min-Werte und erst recht nicht der C_L - α -Kurven von der Propellersteigung nachweisen.

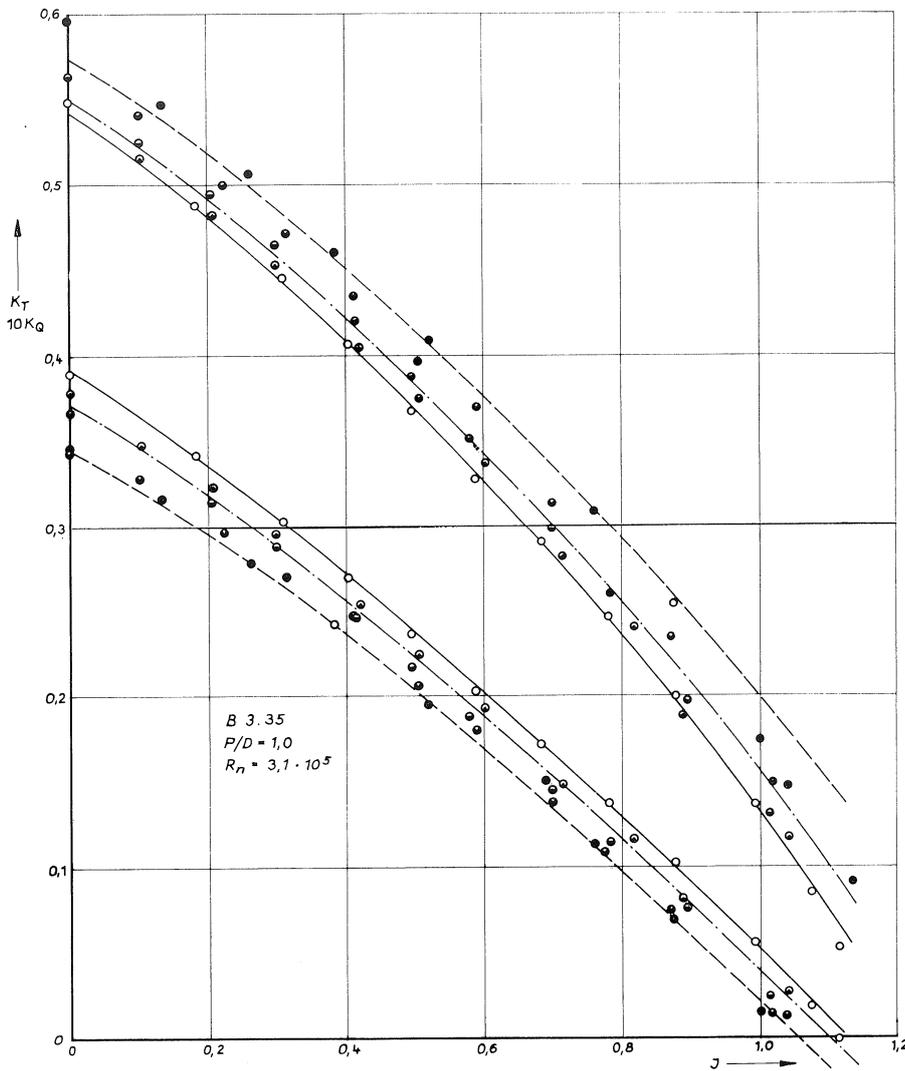


Bild 14. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit Versuchsergebnissen

Nach der gleichen Methode wurden auch in Wageningen [12] die Propellerfreifahrtkurven gestrakt. Hier wurden außerdem alle Propellerfreifahrtkurven im Hinblick auf die Reynoldszahl auf eine gemeinsame Bezugsbasis gebracht, so daß alle Freifahrtkurven der Propeller mit gleicher Blattschnittlänge auf die gleiche Reynoldszahl bezogen wurden. Mit der kinematischen Zähigkeit $\nu = 1.141 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ wurde die Reynoldszahl der verschiedenen Propellerserien nach der Gleichung

$$R_{n.75} = 2 \cdot 10^6 \cdot \frac{A_E}{A_0} \cdot \frac{1}{z} \quad (59)$$

für die Fortschrittsziffer $I = 1$ berechnet.

Entsprechend dieser Gleichung würde sich für den Propeller B 3.50 eine Reynoldszahl $R_{n.75} = 9.5 \cdot 10^5$ ergeben. Auf diese Reynoldszahl sollten auch die Freifahrtkurven der SVA-Propellerserie B 3.50 umgerechnet werden.

Die bei den SVA-Versuchen ermittelten K_T - und K_Q -Propellerbeiwerte für die Fortschrittsziffern I wurden in die Tragflügelbeiwerte C_L und C_D in Abhängigkeit

vom Anströmwinkel α umgerechnet. Die umgerechneten Meßwerte sind in den Bildern 20 und 21 dargestellt. Aus den von Bild 21 abgelesenen $C_{D \min}$ -Werten der einzelnen Propeller wurden gemäß Gleichung (51) die zugehörigen Reibungsbeiwerte C_F ermittelt, die auch im Bild 3 dargestellt sind. Mit den C_L - α - und C_D - α -Werten wurden Ausgleichsparabeln berechnet, die ebenfalls in die Bilder 20 und 21 eingetragen sind. Für die verschiedenen Meßwerte bei $I = 0$ wurde jeweils nur ein Mittelwert für eine Steigung bei der Ausgleichsrechnung verwendet. Die mittlere Reynoldszahl $\bar{R}_n = 5.2 \cdot 10^5$ wurde unter Berücksichtigung der Anzahl der bei den verschiedenen Reynoldszahlen vorhandenen Meßwerte berechnet.

Der von der Ausgleichsparabel abgelesene Wert $C_{D \min R_n = 5.2 \cdot 10^5} = 0.0093$ wird nach Gleichung (52) auf die Reynoldszahl $R_n = 9.5 \cdot 10^5$ umgerechnet und ergibt den Wert $C_{D \min R_n = 9.5 \cdot 10^5} = 0.0079$.

Wegen der geringen Änderung des Oberflächenreibungsbeiwertes C_F ändert sich die C_L - α -Kurve fast nicht und wurde deshalb (in Übereinstimmung mit der Wageninger Umrechnungsmethode) nicht verändert.

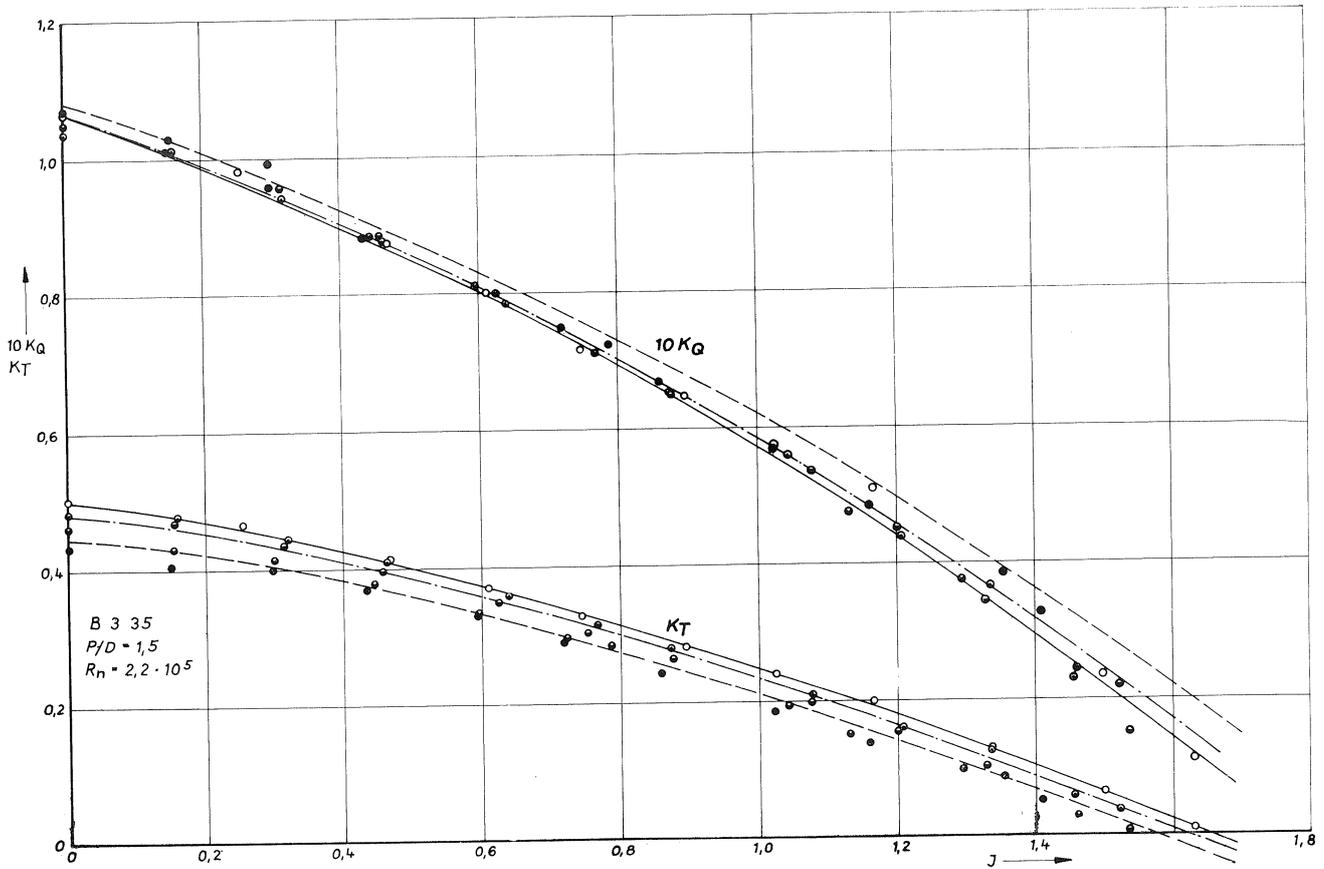


Bild 15. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit Versuchsergebnissen

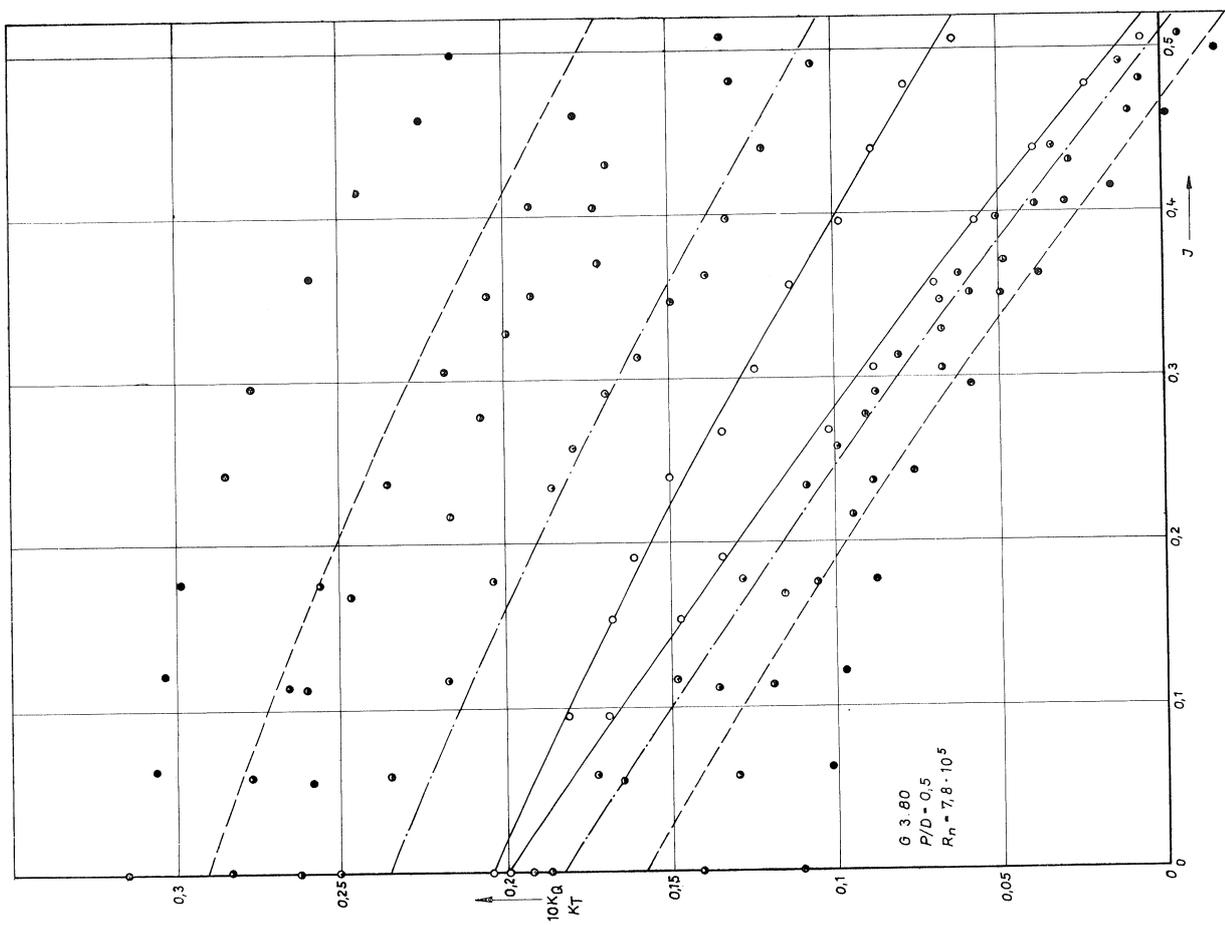


Bild 16. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit Versuchsergebnissen

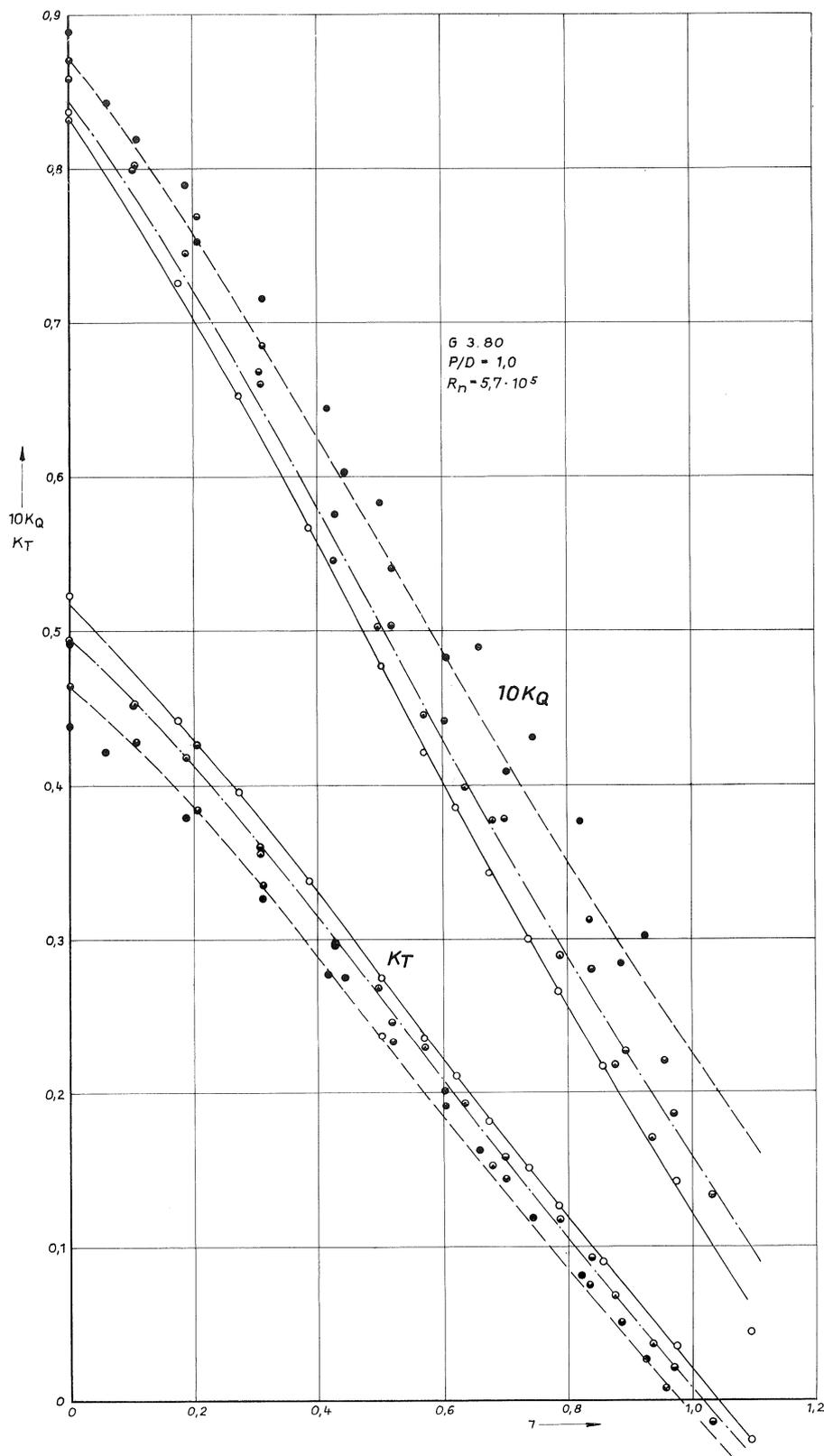


Bild 17. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit Versuchsergebnissen

Mit der somit parallel verschobenen C_D - α -Polaren und der unveränderten C_T - α -Polaren wurden nunmehr für die gemeinsame R_n -Zahl $R_n = 9,5 \cdot 10^5$ die Propellerbeiwerte K_T und K_Q mit den zugehörigen Fortschrittsziffern I berechnet, die im Bild 22 aufgetragen sind.

7. Abschließende Bemerkungen

1. Wie aus Bild 3 ersichtlich ist, folgt aus den Messungen, daß die Differenzen des Oberflächenreibungswertes C_F für die beiden Flächenverhältnisse $A_D/A_0 = 0,35$ und $A_D/A_0 = 0,8$ nicht so groß sind, wie sie

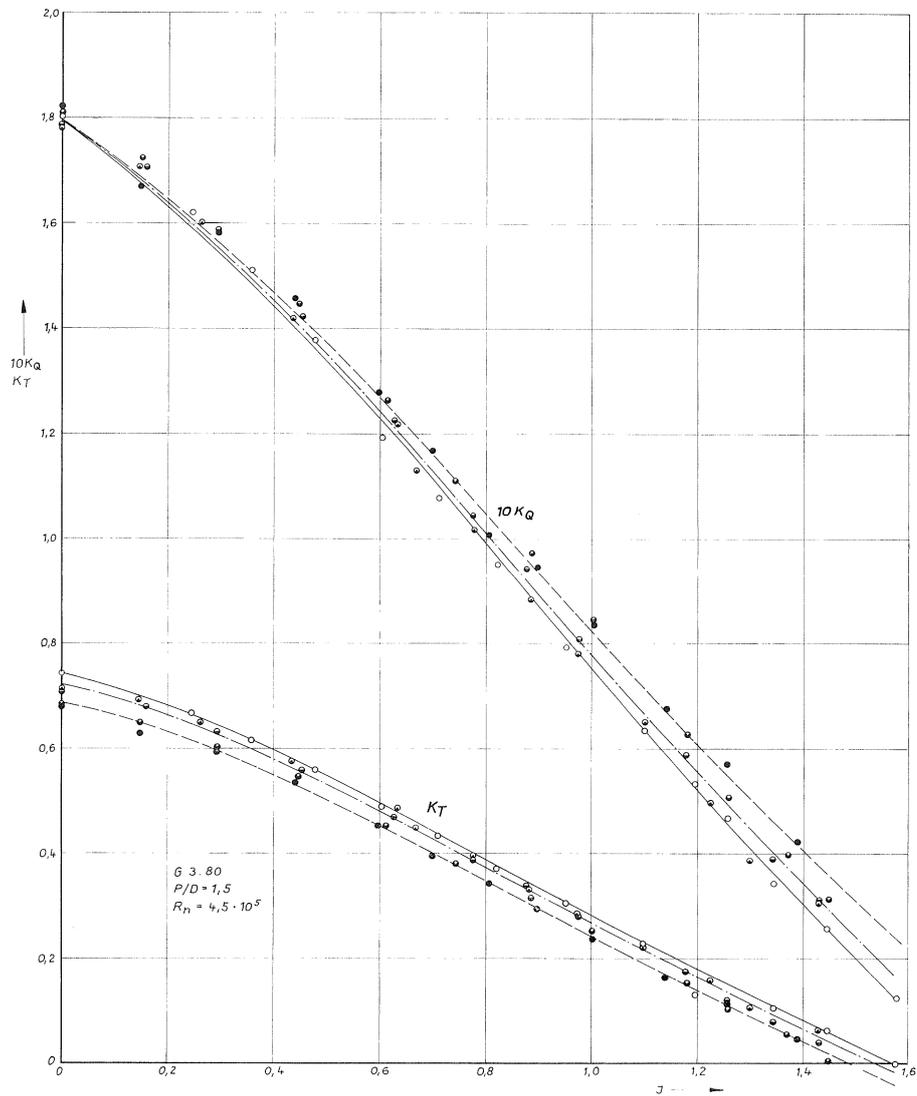


Bild 18. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit Versuchsergebnissen

nach Gleichung (39) berechnet wurden. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die relative Rauigkeit $\frac{K_s}{c}$ in die Rechnung eingeht. Eine Verbesserung des Verfahrens ließe sich vielleicht dadurch erreichen, daß in die Bestimmung der relativen Rauigkeit auch der Propellerdurchmesser eingeht, etwa durch $\frac{K_s}{\sqrt{c \cdot D}}$. Diese Möglichkeit steht aber im Widerspruch zur Methode des äquivalenten Profils und wurde deshalb hier nicht in Betracht gezogen.

2. Die Hauptschwierigkeit beim großen Propeller besteht darin, die vorhandene Rauigkeit einigermaßen gut durch die Korngröße der äquivalenten Sandrauigkeit auszudrücken. Die Fehler dabei sind sicherlich größer als die Fehler, die durch die hier verwendeten Näherungsgleichungen auftreten. Die Tendenz des Rauigkeitseinflusses wird durch die hier dargestellte Methode ausreichend gut erfaßt.
3. Die Behandlung des Reynoldszahleinflusses des glatten Propellers beruht auf Hypothesen, die durch Ver-

suche bisher nicht genügend untermauert wurden. Einige Autoren, z. B. [5] stellten fest, daß bei Reynoldszahlen, wie sie beim normalen Modellversuch auftreten, kein Reynoldszahleinfluß nachgewiesen werden kann, obwohl keine volle Turbulenz ausgebildet ist.

An anderer Stelle [12] wird angenommen, daß der Reynoldszahleinfluß auf die Charakteristik von Modellpropellern im gesamten Reynoldszahlbereich besteht.

Beide Annahmen können durchaus richtig sein. Schon im Abschnitt 3.1. wurde darauf hingewiesen, daß sich nach der von *Schlichting* angegebenen Gleichung (38) für glatte Modellpropeller zu hohe C_F -Werte errechnen. Tatsächlich werden sie etwa in der Größenordnung liegen, wie sie sich auch nach Gleichung (40) bzw. (41) ergeben. Das bedeutet, daß Modellpropeller mit nicht äußerst sorgfältig bearbeiteter Oberfläche eine relative Rauigkeit besitzen, die größer ist als die kritische Rauigkeit. Bei diesen Propellern tritt dann kein Reynoldszahleinfluß auf,

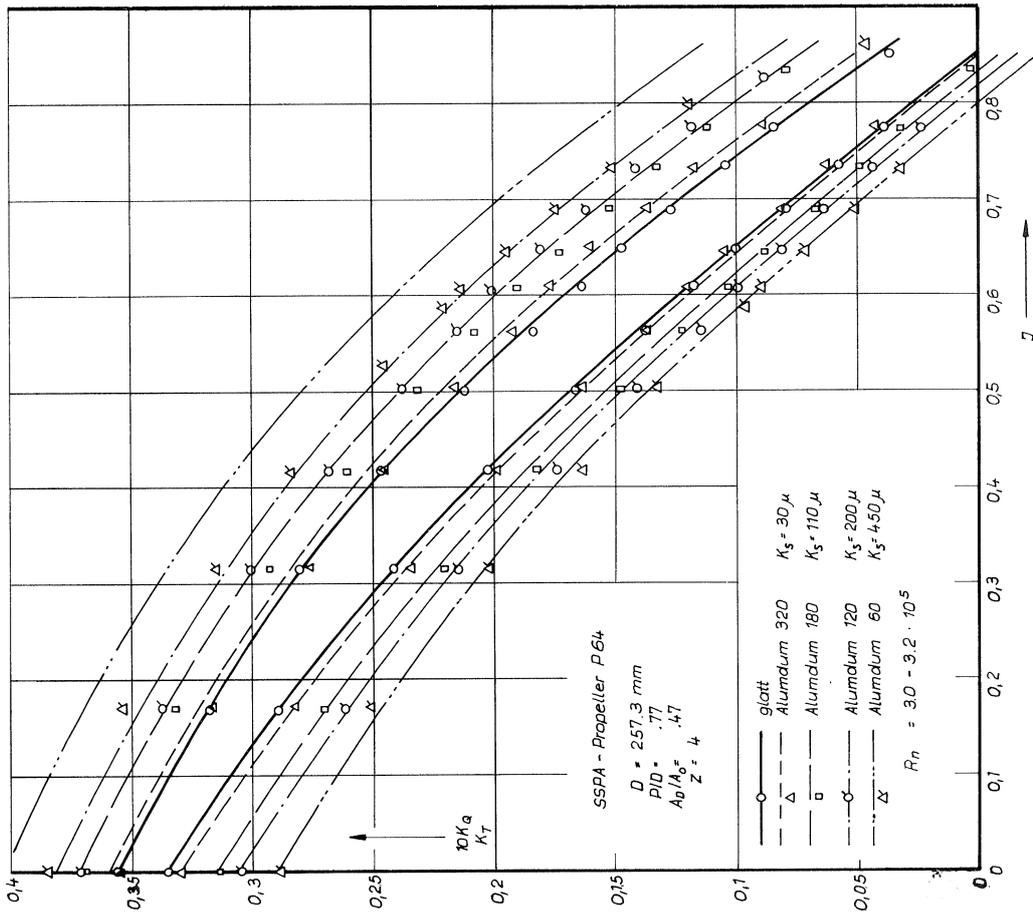
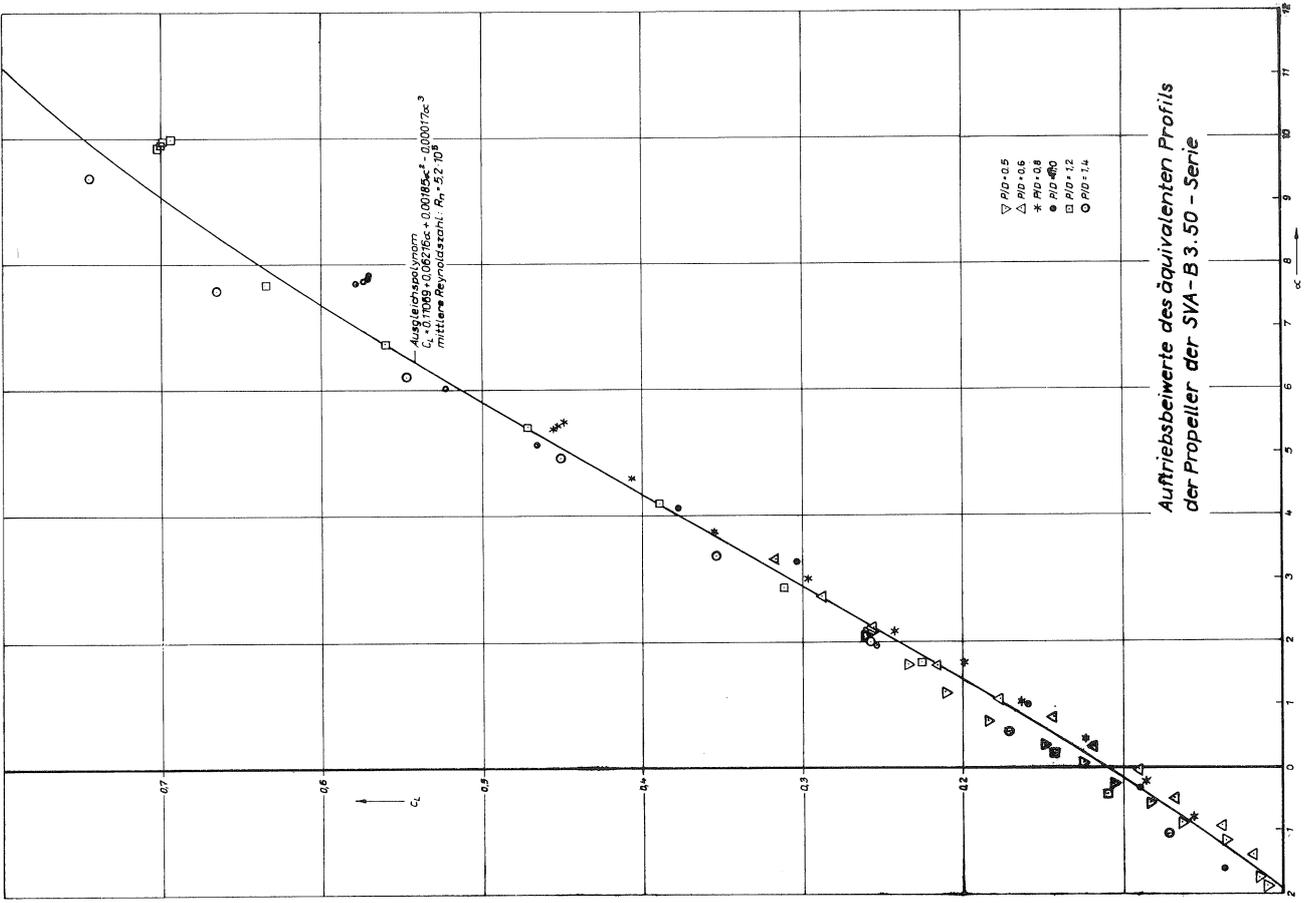


Bild 19. Vergleich der Rechenergebnisse mit Versuchsergebnissen der Schiffbau-Versuchsanstalt Göteborg (Bei der Berechnung wurde von den dick durchgezogenen Kurven für den glatten Propeller ausgegangen)



Auftriebsbeiwerte des äquivalenten Profils der Propeller der SV-A-B 3.50 - Serie

Bild 20. Antriebsbeiwerte des äquivalenten Profils der Propeller der SV-A-B 3.50-Serie

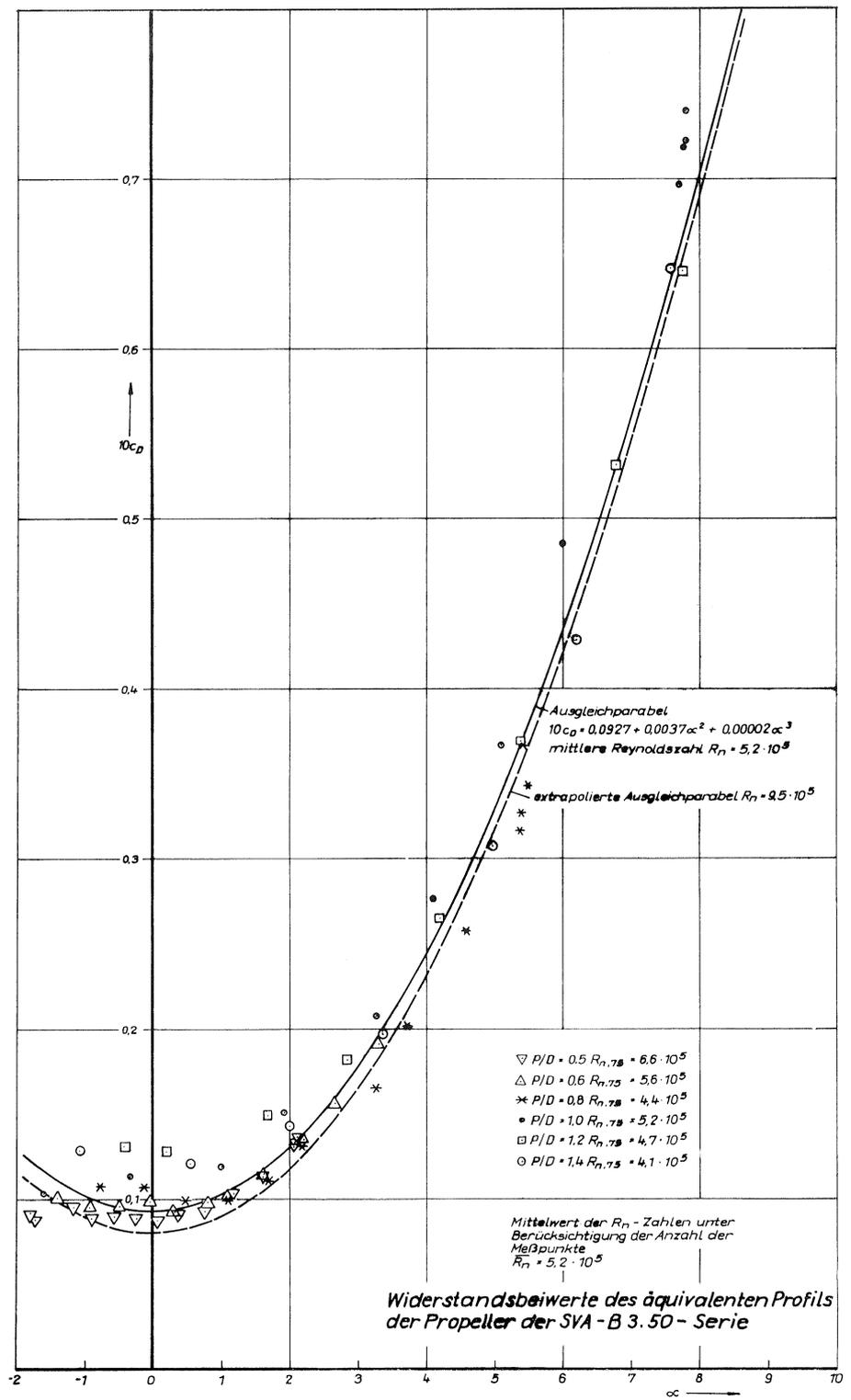


Bild 21: Widerstandsbeiwerte des äquivalenten Profils der Propeller der SVA-B 3.50-Serie

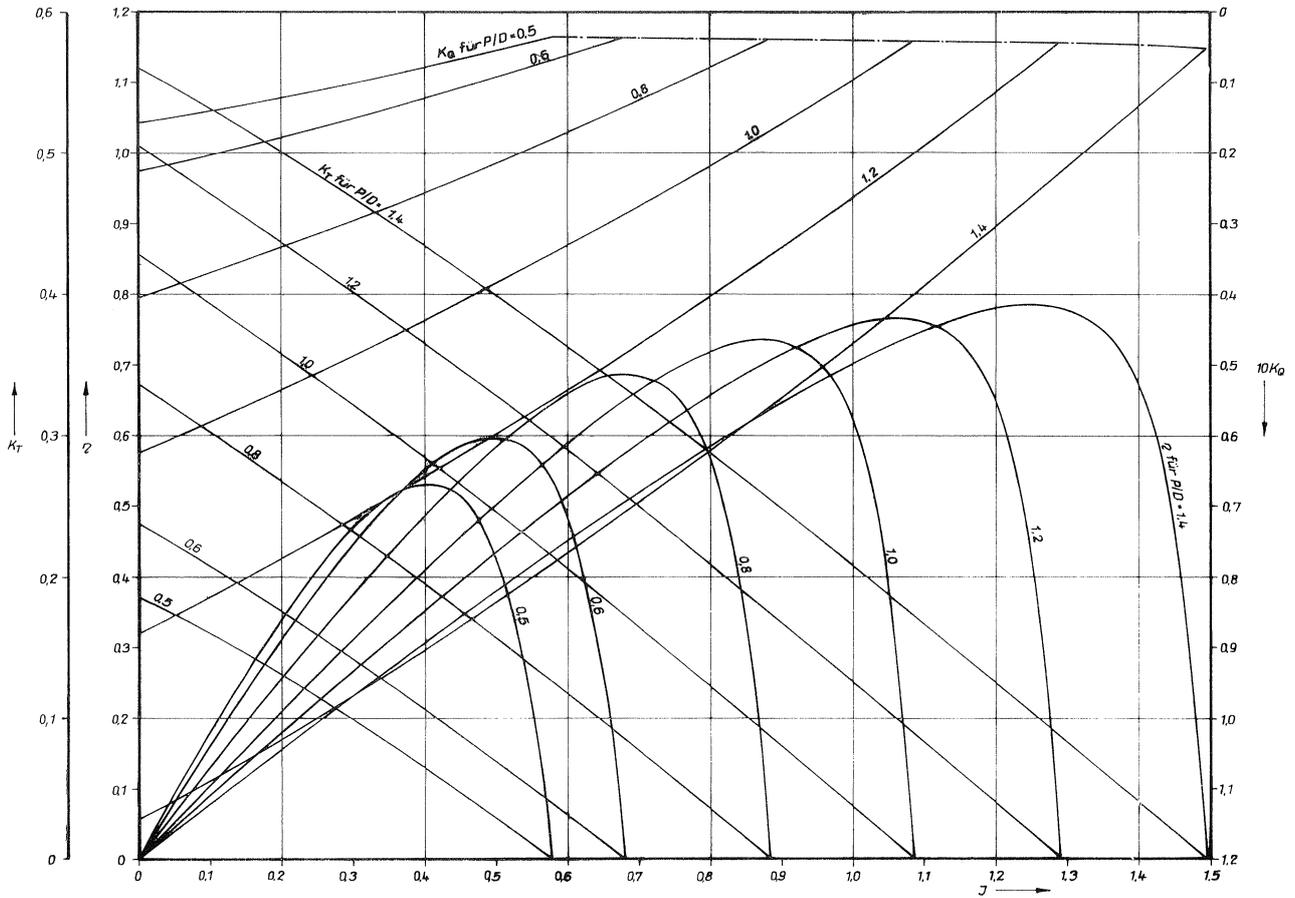


Bild 22: Beiwertkurven des Propellers B 3.50 SVA-mod. $R_n = 9,5 \cdot 10^5$

während sehr glatte Modellpropeller noch einen Reynoldszahleinfluß aufweisen.

4. Einen Einfluß auf die Propellercharakteristik respektive auf die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des äquivalenten Profils besitzt auch der Turbulenzgrad der Strömung außerhalb der Grenzschicht.

Dieser Einfluß sollte hier nicht untersucht werden. Für eine quantitative Analyse dieses Effektes fehlen genügend Versuchsergebnisse und auch Kennzahlen für eine eindeutige Charakterisierung des Turbulenzgrades der Strömung. Über einige Untersuchungen in dieser Richtung wurde in [5] berichtet. Dort wurde durch vorgeschaltete Gitter künstliche Turbulenz erzeugt.

8. Symbole

A_D/A_0	Flächenverhältnis des Propellers
c	Profillänge
C_F	Oberflächenreibungsbeiwert
$C_D = \frac{dD}{\frac{\rho}{2} V^2 c dr}$	Widerstandsbeiwert
C_{DF}	Reibungswiderstandsbeiwert
C_{Dn}	Normalwiderstandsbeiwert
$C_L = \frac{dL}{\frac{\rho}{2} V^2 c dr}$	Auftriebsbeiwert

D	Propellerdurchmesser; Widerstand des äquivalenten Profils
$I = \frac{V_e}{n \cdot D}$	Fortschrittsziffer
K_s	Korngröße der Rauigkeit
$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}$	Propellerschubbeiwert
$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5}$	Propellerdrehmomentbeiwert
L	Auftrieb des äquivalenten Profils
n	Drehzahl
P/D	Propellersteigungsverhältnis
Q	Drehmoment des Propellers
R	Propellerradius
r	Radius eines Propellerschnittes
R_n	Reynoldszahl
t	Profildicke
T	Propellerschub
V	wirksame effektive Profilanströmungsgeschwindigkeit
V_e	Propellerfortschrittsgeschwindigkeit
$W = \sqrt{V_e^2 + (2 \pi n r)^2}$	resultierende Geschwindigkeit
W_n	Zusatzgeschwindigkeit
z	Flügelzahl
α	Anstellwinkel des Blattschnittes
α_i	induzierter Anstellwinkel

β	$= \arctan \cdot \frac{V_e}{2 \pi r}$	hydrodynamischer Steigungswinkel
β_i		hydrodynamischer induzierter Steigungswinkel
γ	$= \arctan \cdot \frac{dD}{dL}$	Gleitwinkel
Γ		Zirkulation
η	$= \frac{K_T}{K_Q} \cdot \frac{J}{2 \pi}$	Wirkungsgrad
z		Goldsteinfaktor
λ_i	$= \frac{V_e + \frac{Wn}{2} \cdot \frac{1}{\tan \beta_i}}{\pi \cdot n \cdot D}$	induzierter Fortschrittsgrad
ν		kinematische Zähigkeit
φ	$= \arctan \cdot \frac{P D}{\pi \cdot \frac{r}{R}}$	geometrischer Steigungswinkel
ρ		Dichte

9. Literatur

- [1] *Lock, C. N. H.*: Graphical Method of Calculating Performance of Airscrews A. R. C. Rep & Mem. Nr. 1675 (1934).
- [2] *v. Doemp*: Luftschraubenberechnung nach dem Verfahren der gleichwertigen Tragflügelpolare Luftf.-Forsch. Bd. 13 (1936), Lfg. 2, S. 46
- [3] *Kramer, K. N.*: Über näherungsweise Luftschraubenberechnungen mittels Polaren. Jahrbuch 1941 d. deutschen Luftf.-Forsch. I, S. 404
- [4] *Lerbs, H. W.*: On the Effects of Scale and Roughness on Free Running Propellers. J.A.S.N.E. 63 (1951) 1, S. 58
- [5] *Nordström, H. F., Edstrand, H., Lindgren, H.*: On Propeller Scale Effects. Mitteilung der SSPA Nr. 28 (1954)
- [6] *Gutsche, F.*: Einwirkung der Rauigkeit an Schiffsschrauben auf Leistungsaufnahme und Wirkungsgrad. Schiffbauforschung, Rostock 2 (1963) 3, S. 81
- [7] *Gutsche, F.*: Versuche über die Profileigenschaften der Blattschnitte von Schiffsschrauben. Mitteilung der VWS Berlin (1933) H. 10
- [8] *Gutsche, F.*: Versuche an umlaufenden Flügelschnitten mit abgerissener Strömung. Jahrb. STG 41 (1940) S. 188
- [9] *Schlichting, H.*: Grenzschicht-Theorie. Karlsruhe: Braun 1951
- [10] *Graupner, H., Schmidt, D., Schroeder, G.*: Freifahrkurven für vier Düsenpropeller mit einfacher Profilform. Schiffbauforschung 9 (1970) 5/6, S. 197
- [11] *Lindgren, H.*: Model Tests with a Family of Three-and Five-Bladed Propellers. Mitteilung Nr. 47, SSPA, 1961
- [12] *van Lammeren, van Manen, Oosterveld*: The Wageningen B-Screw Series. Schip en Werf 37 (1970) 9, S. 88