Zum Entwurf gegenläufiger Propeller nach der Theorie von LERBS¹⁾

Aus dem Institut für Schiffbau Rostock, Direktor: Dipl.-Ing. S. Kruppa

77. Mitteilung der Schiffbau-Versuchsanstalt

Von Dr.-Ing. Karl-Otto Edel

In neuerer Zeit wird oft auf die Möglichkeit einer wesentlichen Verbesserung des Propulsionswirkungsgrades von Schiffen durch die Anwendung gegenläufiger Propeller hingewiesen. Einer breiten Anwendung gegenläufiger Propeller steht u. a. aber noch entgegen, daß es bisher nur wenige Erfahrungen und geringe Unterlagen zum Entwurf gibt. Die vorliegende Arbeit soll dazu dienen, die auf diesem Gebiet vorhandenen Lücken zu verringern.

Da gegenläufige Propeller im Vergleich mit konventionellen Einzelpropellern mehr als die doppelte Anzahl von Parametern aufweisen, und da experimentelle Resultate bisher nur für sehr wenige Parameterkombinationen bekannt sind, ist es zweckmäßig, sowohl bei Propellerentwürfen als auch bei den notwendigen experimentellen Untersuchungen auf eine möglichst umfassende Theorie zurückzugreifen. Als eine zweckmäßige Grundlage hierzu erwies sich die Theorie von Lerbs [1], die von Morgan [2] zu einer kompletten Entwurfsmethode ausgearbeitet wurde.

1. Die Voraussetzungen der Entwurfstheorie

Für die folgenden Untersuchungen ist eine weitgehende Idealisierung notwendig. Die wesentlichen Voraussetzungen und Annahmen sind:

Die Flüssigkeit, in der sich das von den Propellern erzeugte Wirbelsystem bis ins Unendliche ausbreitet, wird als reibungsfrei betrachtet. Der Einfluß der Reibung auf die Kräfte an den Propellerflügeln wird erst bei der Bestimmung der Flügelgeometrie berücksichtigt.

Die von den Propellern induzierten Geschwindigkeiten sind gegenüber der Fortschritts- und Umfangsgeschwindigkeit gering, so daß Quadrate und höhere Potenzen der induzierten Geschwindigkeiten vernachlässigt werden können. Die von der gebundenen Zirkulation der Flügel induzierten Geschwindigkeiten werden im folgenden nicht berücksichtigt. Die Form der freien Wirbelflächen wird durch die Strömung an den tragenden Linien der Propellerflügel bestimmt; sowohl die Steigung als auch der Radius, auf dem sich die einzelnen Wirbelelemente befinden, wird als unabhängig vom axialen Abstand zum Propeller betrachtet. Das heißt, daß die Propeller als mäßig belastet vorausgesetzt werden.

Obwohl Propeller im Nachstrom eines Schiffes stets instationär angeströmt werden, werden für den Entwurf stationäre Verhältnisse an den tragenden Linien der Flügel angenommen. Die tangentiale und die radiale Komponente der Nachstromgeschwindigkeit werden vernachlässigt; die axiale Komponente wird als rotationssymmetrisch, als Funktion w(r, z) vorausgesetzt, wobei sich die Werte des Nachstromes in den beiden Propellerebenen nur wenig voneinander unterscheiden sollen. Das bedeutet, daß der axiale Abstand zwischen den tragenden Linien der beiden Propeller nicht beliebig

groß sein darf. Die gegenseitige Beeinflussung der beiden Propeller wird entsprechend der vorausgesetzten stationären Betrachtung der Strömung an den Flügeln nur im Mittel berücksichtigt.

Die zur Drehachse senkrecht stehenden Flügel der Propeller werden als gebundene Wirbel betrachtet, deren linienhaft verteilte Zirkulation sowohl an den Flügelspitzen als auch an der Nabe verschwindet. Die endliche Länge der Flügelschnitte wird erst bei der Festlegung der Geometrie in Form von Korrekturwerten berücksichtigt. In Ermangelung besserer Werte werden dann die Faktoren verwendet, die bisher bei Einzelpropellern benutzt wurden.

Es wird angenommen, daß die Flügelzahlen der beiden Propeller unterschiedlich sind. Für die Ableitung der Formeln werden auch die Drehzahlen als verschieden vorausgesetzt, wobei allerdings der Unterschied in den Beträgen der Drehzahlen nicht allzu groß sein darf. Die zur Verfügung stehende Leistung soll sich zu etwa gleichen Teilen auf den vorderen und auf den hinteren Propeller verteilen. Die Eigenschaften der beiden Propeller werden auf Grund der angeführten Voraussetzungen nicht allzu stark voneinander abweichen.

2. Die Bedingung minimalen Energieverlustes

Um die optimale Zirkulationsverteilung an den Propellerflügeln bestimmen zu können, wird für die dicht beieinanderliegenden und somit annähernd gleichartig angeströmten Propeller eine Beziehung zwischen den nominellen Steigungswinkeln und den Steigungswinkeln der freien Wirbelflächen abgeleitet. Diese Beziehung ist für beliebige Flügelzahlen gültig [3]. Sie kann daher für den Fall unendlicher Flügelzahlen abgeleitet werden [1] und [4].

Den Ausgangspunkt der Betrachtungen bildet der elementare Propulsionskoeffizient ξ_0 für ein Flügelelement beim Radius r unter Vernachlässigung des Reibungsflusses. Wird die elementare Leistung dP benötigt, um bei der Schiffsgeschwindigkeit V_S den Widerstandsanteil dW zu überwinden, so gilt

$$\xi_0 = \frac{{\rm dW} \cdot {\rm V_S}}{{\rm dP}} = \frac{({\rm dT_1} + {\rm dT_2}) \, {\rm V_a}}{({\rm dQ_1} \cdot \omega_1 + {\rm dQ_2} \cdot \omega_2) \, {\rm r}} \cdot \frac{1 - {\rm t(r)}}{1 - {\rm w(r)}} \eqno(1)$$

mit

$$dT_{1} = \varrho \cdot (Z\Gamma)_{1} \cdot \omega_{1} r \cdot dr$$

$$dT_{2} = \varrho \cdot (Z\Gamma)_{2} \cdot \omega_{2} r \cdot dr$$

$$dQ_{1} = \varrho \cdot (Z\Gamma)_{1} \cdot (V_{a} + 2 u_{a}) \cdot dr$$

$$dQ_{2} = \varrho \cdot (Z\Gamma)_{2} \cdot (V_{a} + 2 u_{a}) \cdot dr$$

$$(2)$$

Bei den elementaren Schubkräften dT_1 und dT_2 tritt die induzierte Tangentialgeschwindigkeit nicht in Erscheinung, da es ja gerade der Sinn der sich gegeneinander drehenden Propeller ist, diese Geschwindigkeitskompo-

¹) Überarbeitete Fassung des SVA-Berichtes Nr. 685 "Der Entwurf gegenläufiger Optimalpropeller nach der Theorie vom Lerbs", Berlin 1969.

nente wegen des mit ihr verbundenen Energieverlustes zu unterdrücken. Bei den elementaren Tangentialkräften dagegen überlagern sich die induzierten Axialgeschwindigkeiten in gleicher Richtung. Wegen der vorausgesetzten Ähnlichkeit der Eigenschaften der beiden Propeller ist eine Unterscheidung zwischen ua1 und ua2 an dieser Stelle nicht notwendig.

Um optimale Eigenschaften des Propellersystems zu erzielen, wird die Auswirkung eines zusätzlichen Zirkulationselementes $\Delta(Z\cdot\varGamma)$ beim Radius r untersucht. Durch $\Delta(Z\cdot\varGamma)$ werden die Schub- und Tangentialkräfte um die folgenden Größen verändert:

$$\Delta(dT_1) = \varrho \cdot \Delta(Z\Gamma) \cdot \omega_1 r \cdot dr
\Delta(dT_2) = \varrho \cdot \Delta(Z\Gamma) \cdot \omega_2 r \cdot dr$$
(3)

$$\begin{split} \Delta(\mathrm{dQ_1}) &= \varrho \cdot \Delta(\mathrm{Z}\varGamma) \cdot \\ & \left\{ V_a \, + \, 2 \, \mathrm{u_a} \, + \, 2(\mathrm{Z}\varGamma)_1 \cdot \frac{\Delta \mathrm{u_a}}{\Delta(\mathrm{Z}\varGamma)} \right\} \, \mathrm{dr} \\ \Delta(\mathrm{dQ_2}) &= \varrho \cdot \Delta(\mathrm{Z}\varGamma) \cdot \\ & \cdot \left\{ V_a \, + \, 2 \, \mathrm{u_a} \, + \, 2(\mathrm{Z}\varGamma)_2 \cdot \frac{\Delta \mathrm{u_a}}{\Delta(\mathrm{Z}\varGamma)} \right\} \, \mathrm{dr} \end{split}$$

Wegen der Beziehungen

$$\begin{array}{ccc}
(Z\Gamma)_{1} \cdot \Delta u_{a} & \cong & u_{a} \cdot \Delta(Z\Gamma) \\
(Z\Gamma)_{2} \cdot \Delta u_{a} & \cong & u_{a} \cdot \Delta(Z\Gamma)
\end{array}$$
(5)

ergeben sich die zusätzlichen Tangentialkräfte zu

$$\begin{array}{l} \Delta(\mathrm{dQ_1}) = \varrho \cdot \Delta(\mathrm{Z}\varGamma) \cdot (\mathrm{V_a} + 4\;\mathrm{u_a}) \cdot \mathrm{dr} \\ \Delta(\mathrm{dQ_2}) = \varrho \cdot \Delta(\mathrm{Z}\varGamma) \cdot (\mathrm{V_a} + 4\;\mathrm{u_a}) \cdot \mathrm{dr} \end{array} \right) \end{aligned}$$

Damit die Zirkulationsverteilungen optimal sind und geringsten Energieverlust bewirken, muß nun der Ausdruck

$$\frac{\Delta(\mathrm{dT}_1+\mathrm{dT}_2)\cdot\mathrm{V}_8}{\Delta(\mathrm{dQ}_1\cdot\omega_1+\mathrm{dQ}_2\cdot\omega_2)\cdot\mathrm{r}}\cdot\frac{1-\mathrm{t(r)}}{1-\mathrm{w(r)}}=\mathrm{k}^2 \tag{7}$$

vom Radius unabhängig, d. h. konstant sein.

Die Propellerdrehzahlen können im allgemeinen unterschiedlich sein. Sind jedoch die Unterschiede nur gering, so läßt sich für die Winkelgeschwindigkeiten die Beziehung angeben

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cong \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} \tag{8}$$

Mit Hilfe dieser Näherung kann die Gleichung (7) umgewandelt werden in

$$\frac{\Delta(dT_1 + dT_2)}{2 \cdot \Delta(dQ)} \cdot \frac{V_a}{\omega \cdot r} = k^2 \cdot \frac{1 - w(r)}{1 - t(r)}$$
(9)

bzw. in

$$\frac{(\omega \cdot \mathbf{r})^2}{\mathbf{V_a} \cdot (\mathbf{V_a} + 4 \mathbf{u_a})} \cdot \left(\frac{\mathbf{V_a}}{\omega \cdot \mathbf{r}}\right)^2 = \mathbf{k}^2 \cdot \frac{1 - \mathbf{w(r)}}{1 - \mathbf{t(r)}}$$
(10)

wenn die Formeln (3) und (6) berücksichtigt werden. Wegen der Vernachlässigbarkeit der Quadrate der induzierten Geschwindigkeiten ist es gerechtfertigt, die Näherung zu verwenden

$$V_a \cdot (V_a + 4 u_a) \cong (V_a + 2 u_a)^2$$
 (11)

Werden nun noch die Bezeichnungen eingeführt

$$\tan \beta = \frac{V_a}{\omega \cdot r} \tag{12}$$

und

$$\tan \beta_{i} = \frac{V_{a} + 2 u_{a}}{\omega \cdot r} \tag{13}$$

so folgt aus der Optimalbedingung (10)

$$\frac{\tan \beta_{\rm i}}{\tan \beta} = \frac{1}{\rm k} \sqrt{\frac{1 - \rm t(r)}{1 - \rm w(r)}}$$
 (14)

Die Konstante k kann dargestellt werden durch [4]

$$k = \eta_1 \cdot \sqrt{\frac{1 - t}{1 - w}} \tag{15}$$

Bei Vernachlässigung der radialen Abhängigkeit der Sogziffer $\mathbf{t}(\mathbf{r})$ ergibt sich schließlich die Optimalbedingung

$$\frac{\tan \beta_{\mathbf{i}}}{\tan \beta} = \frac{1}{n_{\mathbf{i}}} \sqrt{\frac{1 - \mathbf{w}}{1 - \mathbf{w}(\mathbf{r})}} \tag{16}$$

 η_1 ist hierbei der induzierte Wirkungsgrad eines freifahrenden Propellers, der bei der gleichen mittleren Anströmgeschwindigkeit den gleichen induzierten Schub liefert. Der Ausdruck (13) wird im folgenden als der Mittelwert der Steigungen der freien Wirbelflächen betrachtet, was wegen der einschränkenden Bedingung (8) möglich ist.

Daß die praktisch auftretenden Unterschiede in den Drehzahlen nicht sehr groß sein werden, ist — zumindest für eines der experimentell untersuchten Beispiele [5] — belegt. Als größte zulässige Differenz kann 30% angenommen werden [6] [7].

3. Die induzierten Geschwindigkeiten

3.1. Die Berechnung der selbstinduzierten Geschwindigkeiten [3]

Die Geschwindigkeiten, die von den freien Wirbeln eines Z-flügeligen Propellers an den radialgerichteten, tragenden Linien induziert werden, lassen sich bekanntlich durch die folgenden Formeln darstellen:

$$du_{a}(r) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i_{a} \cdot d\Gamma(r_{0})}{r - r_{0}}$$

$$du_{t}(r) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{i_{t} \cdot d\Gamma(r_{0})}{r - r_{0}}$$
(17)

In Gleichung (17) ist r der Radius, an dem die Geschwindigkeit bestimmt wird; r_0 ist der Radius, auf dem sich der betrachtete Wirbelfaden befindet. Wegen der Voraussetzung mäßiger Belastung sind r_0 und die Steigung des schraubenförmig gewundenen Fadens vom Ort der Entstehung bis zum Unendlichen konstant. Die Induktionsfaktoren sind nur Funktionen der Geometrie des Wirbels und der Flügelzahl.

Mit der dimensionslosen Radialkoordinate

$$x = \frac{r}{R} \tag{18}$$

sind nach Lerbs [3] näherungsweise für $x_0 > x$

$$i_{a} = Z \cdot \frac{x}{x_{0}} \frac{1}{\tan \beta_{i}(x_{0})} \cdot \left(\frac{x_{0}}{x} - 1\right) (1 + B_{2})$$

$$i_{t} = Z \left(\frac{x_{0}}{x} - 1\right) \cdot B_{2}$$

$$i_{a} = -Z \cdot \frac{x}{x_{0}} \frac{1}{\tan \beta_{i}(x_{0})} \cdot \left(\frac{x_{0}}{x} - 1\right) \cdot B_{1}$$

$$i_{t} = -Z \cdot \left(\frac{x_{0}}{x} - 1\right) (1 + B_{1})$$

$$(19)$$

Die in den Gleichungen (19) verwendeten Abkürzungen

und für $\mathrm{x}_0 < \mathrm{x}$

$$B_{1/2} = \sqrt[4]{\frac{1+s_0^2}{1+s^2}} \cdot \left[\frac{1}{e^{ZA_{1/2}} - 1} \mp \frac{1}{2Z} \cdot \frac{s_0^2}{\sqrt{1+s_0^2}^3} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{e^{ZA_{1/2}} - 1}\right) \right]$$

$$A_{1/2} = \pm (\sqrt{1+s^2} - \sqrt{1+s_0^2}) \mp \frac{1}{2} \cdot \ln\frac{(\sqrt{1+s_0^2} - 1)(\sqrt{1+s^2} + 1)}{(\sqrt{1+s_0^2} + 1)(\sqrt{1+s^2} - 1)}$$

$$s_0 = \frac{1}{\tan \beta_i(x_0)} \qquad s = \frac{x}{x_0} \cdot \frac{1}{\tan \beta_i(x_0)}$$

$$(20)$$

Als Grenzwerte ergeben sich für die Induktionsfaktoren

Mit der dimensionslosen Zirkulationsfunktion

$$G(x) = \frac{Z \cdot \Gamma(x)}{\pi \cdot D \cdot V_{s}}$$
 (22)

lassen sich die induzierten Geschwindigkeiten durch Integration über alle von den tragenden Linien abgehenden Wirbelfäden entsprechend den Formeln

$$\frac{u_{a}(x)}{V_{S}} = \frac{1}{2 Z} \cdot \int_{0}^{1} \frac{dG(x_{0})}{dx_{0}} \cdot \frac{i_{a}}{x - x_{0}} \cdot dx_{0}$$

$$\frac{u_{t}(x)}{V_{S}} = \frac{1}{2 Z} \cdot \int_{0}^{1} \frac{dG(x_{0})}{dx_{0}} \cdot \frac{i_{t}}{x - x_{0}} \cdot dx_{0}$$

$$\frac{u_{t}(x)}{V_{S}} = \frac{1}{2 Z} \cdot \int_{0}^{1} \frac{dG(x_{0})}{dx_{0}} \cdot \frac{i_{t}}{x - x_{0}} \cdot dx_{0}$$

$$(23)$$

gewinnen. Um diese Beziehungen weiter auswerten zu können, wird die Zirkulationsverteilung durch eine Fourier-Sinus-Reihe dargestellt, was wegen des Verschwindens der Zirkulation an den Enden der Flügel (Flügelspitze und Nabe) möglich ist:

$$G(x) \, = \, G(\varphi) \, = \sum_{m=1}^{\infty} G_m \cdot \sin(m \, \varphi) \tag{24} \label{eq:24}$$

Die neue Koordinate φ hängt mit der dimensionslosen Radialkoordinate x wie folgt zusammen:

$$\mathbf{x} = \frac{1 + \mathbf{x}_{\mathbf{N}}}{2} - \frac{1 - \mathbf{x}_{\mathbf{N}}}{2} \cdot \cos \varphi \tag{25}$$

Die Induktionsfaktoren, die sowohl von φ als auch von φ_0 , den x und x_0 entsprechenden Koordinaten, abhängen, können ebenfalls als Fourier-Entwicklung dargestellt werden. Mit den Fourier-Koeffizienten

$$I_{0}(\varphi) = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_{0}=0}^{\pi} i(\varphi, \varphi_{0}) \cdot d\varphi_{0}$$
und
$$I_{n}(\varphi) = \frac{2}{\pi} \int_{\varphi_{0}=0}^{\pi} i(\varphi, \varphi_{0}) \cdot \cos(n \varphi_{0}) \cdot d\varphi_{0} \quad \text{für } n \ge 1$$

$$(26)$$

folgt allgemein

$$i(\varphi, \varphi_0) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n(\varphi) \cdot \cos(n \varphi_0)$$
 (27)

Nach einigen Umrechnungen, auf deren Wiedergabe an dieser Stelle verzichtet wird, erhielt *Lerbs* mit den Ausdrücken

$$\begin{split} h_m(\varphi) &= \frac{\pi}{\sin \varphi} \left[\sin(m \cdot \varphi) \cdot \sum_{n=0}^m I_n(\varphi) \cdot \cos(n \, \varphi) \, + \right. \\ &\left. + \cos(m \, \varphi) \cdot \sum_{n=m+1}^\infty I_n(\varphi) \cdot \sin(n \, \varphi) \, \right] \end{split}$$

und den speziellen Darstellungen

$$h_{m}(o) = \pi \cdot \left[m \cdot \sum_{n=0}^{m} I_{n}(o) + \sum_{n=m+1}^{\infty} n \cdot I_{n}(o) \right]$$
 (28)

und

$$\mathbf{h}_{\mathbf{m}}(\pi) = -\pi \cdot \cos(\mathbf{m} \cdot \pi) \cdot \left[\mathbf{m} \cdot \sum_{\mathbf{n}=0}^{\mathbf{m}} \mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\pi) \cdot \cos(\mathbf{n} \pi) + \right] + \sum_{\mathbf{m}=\mathbf{n}+1}^{\infty} \mathbf{n} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{n}}(\pi) \cdot \cos(\mathbf{n} \pi) \right]$$

für die induzierten Geschwindigkeiten die folgenden Beziehungen

$$\frac{\mathbf{u}_{\mathbf{a}}(\mathbf{x})}{\mathbf{V}_{\mathbf{S}}} = \frac{1}{\mathbf{Z} \cdot (1 - \mathbf{x}_{\mathbf{N}})} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{m} \cdot \mathbf{G}_{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{h}_{\mathbf{m}}^{(\mathbf{a})}(\mathbf{x})$$

$$\frac{\mathbf{u}_{\mathbf{t}}(\mathbf{x})}{\mathbf{V}_{\mathbf{S}}} = \frac{1}{\mathbf{Z} \cdot (1 - \mathbf{x}_{\mathbf{N}})} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{m} \cdot \mathbf{G}_{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{h}_{\mathbf{m}}^{(\mathbf{t})}(\mathbf{x})$$
(29)

3.2. Die Berechnung der gegenseitig induzierten Geschwindigkeiten [8] [9]

Um die von einem Propeller außerhalb seiner eigenen Ebene induzierten Geschwindigkeiten zu bestimmen, wird eine von Lerbs [1] eingeführte zweckmäßige Beziehung verwendet. Die Mittelwerte der in dem Punkt mit den Koordinaten x und z induzierten Geschwindigkeiten, die voraussetzungsgemäß zum Erfassen der gegenseitigen Beeinflussung der Propeller verwendet werden, sind danach

$$\begin{split} & \tilde{u}_{a}(x,\,z) \, = \, u_{a}(x,\,0) \cdot f_{a}(x) \cdot \{1 \, \mp \, g_{a}(x,\,z)\} \quad z \, \mathop{}_{>}^{<} \, 0 \\ & \tilde{u}_{t}(x,\,z) \, = \, u_{t}(x,\,0) \cdot f_{t}(x) \cdot \{1 \, \mp \, g_{t}(x,\,z)\} \quad z \, \mathop{}_{>}^{<} \, 0 \end{split} \right) \label{eq:ua}$$

In den Gleichungen (30) sind $u_a(x,0)$ und $u_t(x,0)$ die von dem Propeller an seinen tragenden Linien induzierten Geschwindigkeiten (siehe Abschnitt 3.1.). $f_a(x)$ und $f_t(x)$ sind Mittelwertfaktoren (siehe Abschnitt 4.1.); $g_a(x,z)$ und $g_t(x,z)$ sind Distanzfaktoren, mit denen die Änderungen der induzierten Geschwindigkeiten in Abhängigkeit von der axialen Koordinate z erfaßt werden.

Aus Veröffentlichungen sind verschiedene Methoden zur Berechnung der Distanzfaktoren bekannt. Eine der Methoden, die in [8] und [9] ausführlich dargelegt worden ist, gestattet im Gegensatz zu den meisten anderen Berechnungen die Bestimmung sowohl von ga als auch von gt. Die wesentlichsten Merkmale und Resultate der angeführten Arbeiten [8] und [9] werden im folgenden kurz geschildert.

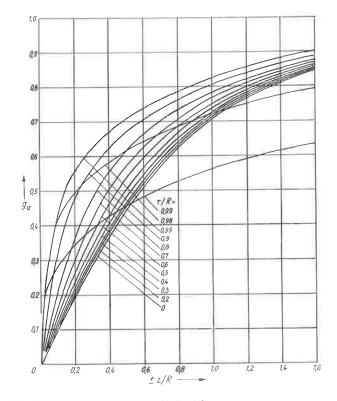
Da nur das Verhältnis der induzierten Geschwindigkeit zur gleichen Geschwindigkeitskomponente in der Propellerebene für die Distanzfaktoren von Bedeutung ist, vereinfachen sich die Untersuchungen beträchtlich, wenn statt der maximalen die mittleren induzierten Geschwindigkeiten betrachtet werden. Erreicht wird das dadurch, daß die freien Wirbel nicht auf Schraubenfächen angenommen werden; statt dessen wird angenommen, daß die freien Wirbel einen kontinuierlichen, rotationssymmetrischen Wirbelstrang bilden. Diese Annahme ist gleichbedeutend mit der Annahme einer unendlichen Flügelzahl und einer gleichmäßig auf dem Umfang verteilten Zirkulation.

Wird weiterhin angenommen, daß bei verschwindend kleinem Nabenradius die Zirkulation längs der Flügel konstant ist, d. h., daß sieh die freien Wirbel nur als konzentrierter Nabenwirbel und an den Flügelspitzen als homogener Wirbelzylinder ausbilden, so ergeben sieh mit den dimensionslosen Koordinaten x und z die Distanzfaktoren zu

$$\begin{split} g_a(x,\,z) &= I^*(1,\,x,\,|z|) & 0 \leq x < 1 \\ g_t(x,\,z) &= \frac{|z|}{\sqrt{x^2 + z^2}} - I^*(x,\,1,\,|z|) & 0 < x < 1 \end{split} \right\} \eqno(31)$$

Diese Distanzfaktoren sind weder von der Steigung der freien Wirbel, noch von der Zirkulation abhängig. Daher können sie ohne Kenntnis der Propellereigenschaften berechnet werden.

Sind jedoch die Funktionen $\Gamma(r)$ und tan $\beta_1(r)$ bekannt, wobei die Zirkulation am Naben- und am Flügelspitzenradius voraussetzungsgemäß verschwindet, so ergeben sich mit Gl. (22) die Formeln



 $Bild\ 1.$ Der Distanzfaktor g $_{\rm a}$ nach Gl. (31) [8]

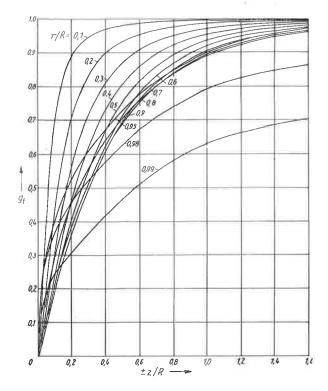


Bild 2. Der Distanzfaktor $g_{\rm h}$ nach Gl. (31) [8]

$$g_{a}(x, z) = \frac{\int_{x_{0}=x_{N}}^{1} \frac{dG(x_{0})}{dx_{0}} \cdot \frac{I^{*}(x_{0}, x, |z|)}{x_{0} \cdot \tan \beta_{I}(x_{0})} \cdot dx_{0}}{\int_{x_{0}=x_{N}}^{1} \frac{dG(x_{0})}{dx_{0}} \cdot \frac{1}{x_{0} \cdot \tan \beta_{I}(x_{0})} \cdot dx_{0}} x_{N} < x < 1$$

$$g_{t}(x, z) = \frac{\int_{x_{0}=x_{N}}^{1} \frac{dG(x_{0})}{dx_{0}} \cdot I^{*}(x, x_{0}, |z|) \cdot dx_{0}}{G(x)}$$

$$g_{t}(x, z) = \frac{x_{0}=x_{N}}{G(x_{0})} \cdot I^{*}(x, x_{0}, |z|) \cdot dx_{0}$$

$$g_{t}(x, z) = \frac{x_{0}=x_{N}}{G(x_{0})} \cdot I^{*}(x, x_{0}, |z|) \cdot dx_{0}$$

Die Abkürzung I* in den Gleichungen (31) und (32) ist definiert durch das Integral

$$I^*(a, b, c) = \frac{c}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{a(a - b \cdot \cos \theta)}{(a^2 + b^2 - 2 ab \cdot \cos \theta) \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 2 ab \cdot \cos \theta}} d\theta$$
(33)

Da die Zirkulationsfunktion nicht direkt in Abhängigkeit von der Koordinate x, sondern als Funktion von φ gegeben ist, werden die in den Gln. (32) enthaltenen Integrale durch die Gl. (25) und die Beziehung

$$\frac{dG(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}_0} \cdot d\mathbf{x}_0 = \frac{dG}{d\varphi_0} \cdot \frac{d\varphi_0}{d\mathbf{x}_0} \cdot \frac{d\mathbf{x}_0}{d\varphi_0} \cdot d\varphi_0 = \frac{dG(\varphi_0)}{d\varphi_0} \cdot d\varphi_0 =$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{m} \cdot G_m \cdot \cos(\mathbf{m} \ \varphi_0) \cdot d\varphi_0$$
(34)

auf die Variable φ_0 transformiert. Die Integrationsgrenzen für φ_0 erstrecken sich dann von 0 bis π , bzw. von φ bis π .

4. Das vereinfachte Propellersystem

4.1. Die Bestimmung der Zirkulationsfunktionen

Normalerweise werden die beiden Propeller eines Systems gegenläufiger Propeller unterschiedliche Durchmesser haben. Abgesehen von freifahrenden Propellern werden sie auch unterschiedlichen Anströmungen ausgesetzt sein. Da es sehr schwierig ist, alle diese Bedingungen von vornherein beim Entwurf zu berücksichtigen, werden zur Gewinnung einer ersten Näherung für die Eigenschaften der beiden Propeller vereinfachende Bedingungen angenommen, die durch die Herleitung der Optimalbedingung (16) zu erklären sind.

Die Vereinfachungen bestehen in der Annahme gleicher Propeller- und Nabendurchmesser und gleicher Nachstromverteilungen (D \equiv D₁, D_N \equiv D_{N1}, w(r) \equiv w₁(r)). Im Gegensatz zu der Voraussetzung bei der Ableitung der Optimalbedingung wird angenommen, daß zwischen den Propellern in axialer Richtung ein endlicher Abstand d vorhanden ist. Auf Grund der gleichen Durchmesser sind auch die radialen Koordinaten bei beiden Propellern gleich.

$$x = \frac{r}{R_1} \tag{35}$$

Die Formeln und Größen, die mit Hilfe dieser Vereinfachungen abgeleitet werden, erhalten zur Kennzeichnung einen hochgestellten Stern*.

Die Geschwindigkeiten an den tragenden Linien der beiden Propeller setzen sich aus den folgenden Anteilen zusammen:

Für die von den Propellern an den eigenen tragenden Linien induzierten Geschwindigkeiten (Index s) gelten die in dem Abschnitt 3.1. wiedergegebenen Formeln. Die an den tragenden Linien des jeweils anderen Propellers induzierten Geschwindigkeiten (Index i) sind entsprechend den Voraussetzungen Mittelwerte. Sie ergeben sich zu

$$\bar{u}_{ai1}^* = u_{as2}^* \cdot f_{a2} \cdot (1 - g_{a2})
\bar{u}_{ti1}^* = 0
\bar{u}_{ai2}^* = u_{as1}^* \cdot f_{a1} \cdot (1 + g_{a1})
\bar{u}_{ti2}^* = u_{ts1}^* \cdot f_{t1} \cdot (1 + g_{t1})$$
(37)

Unter Beachtung der Gl. (37) ergeben sich an den tragenden Linien der beiden Propeller die folgenden Geschwindigkeitskomponenten, wobei der Index s zur Kennzeichnung der Selbstinduktion der Einfachheit wegen fortgelassen wird:

$$\begin{array}{lll} & \text{vorn} - \text{axial} & U_{a1}^* = V_S \cdot \{1 - w_1(x)\} + \\ & + u_{a1}^* + u_{a2}^* \cdot f_{a2} \cdot \\ & \cdot (1 - g_{a2}) \end{array}$$

$$\text{tang.} & U_{t1}^* = \omega_1 \cdot \mathbf{x} \cdot R_1 - u_{t1}^*$$

$$\text{hinten} - \text{axial} & U_{a2}^* = V_S \cdot \{1 - w_1(x)\} + \\ & + u_{a2}^* + u_{a1}^* \cdot f_{a1} \cdot \\ & \cdot (1 + g_{a1}) \end{array}$$

$$\text{tang.} & U_{t2}^* = \omega_2 \cdot \mathbf{x} \cdot R_1 - u_{t2}^* + \\ & + u_{t1}^* \cdot f_{t1} \cdot (1 + g_{t1}) \end{array}$$
 (38)

Mit den dimensionslosen Zirkulationsfunktionen

und

$$G^{1*}(x) = \frac{(Z\Gamma)_{1}^{*}}{\pi \cdot D_{1} \cdot V_{S}}$$

$$G^{2*}(x) = \frac{(Z\Gamma)_{2}^{*}}{\pi \cdot D_{1} \cdot V_{S}}$$
(39)

können die Mittelwertfaktoren f bestimmt werden. In Ermangelung einer korrekten Beziehung für die Mittelwertfaktoren f_a für die in axialer Richtung induzierten Geschwindigkeiten wird angenommen, daß die Faktoren f_a näherungsweise durch die entsprechenden f_t -Werte ersetzt werden können. Es sind also

Um für das gegenläufige Propellersystem unter den vereinfachten Bedingungen einen minimalen Energieverlust zu erreichen, muß die Optimalbedingung (16) erfüllt werden. Der in dieser Beziehung enthaltene Mittelwert der Steigungen der freien Wirbelflächen ergibt sich aus den einzelnen Geschwindigkeitskomponenten zu

$$\tan \beta_{i} = \frac{1}{2} \left\{ \tan \beta_{i1} + \tan \beta_{i2} \right\} =$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\mathbf{V_{S} \cdot [1 - \mathbf{w_{1}(x)}] + \mathbf{u_{a1}^* + \mathbf{u_{a2}^* \cdot f_{a2} \cdot (1 - \mathbf{g_{a2}})}}}{\omega_{1} \cdot \mathbf{x} \cdot \mathbf{R_{1} - \mathbf{u_{t1}^*}}} + \frac{\mathbf{V_{S} \cdot [1 - \mathbf{w_{1}(x)}] + \mathbf{u_{a2}^* + \mathbf{u_{a1}^* \cdot f_{a1} \cdot (1 + \mathbf{g_{a1}})}}}{\omega_{2} \cdot \mathbf{x} \cdot \mathbf{R_{1} - \mathbf{u_{t2}^* + \mathbf{u_{t1}^* \cdot f_{t1} \cdot (1 + \mathbf{g_{t1}})}}} \right\} (41)$$

Mit den Mittelwertfaktoren nach den Gleichungen (40) und den selbstinduzierten Geschwindigkeiten entsprechend den Beziehungen (29) folgt aus Gl. (41) bei Vernachlässigung der Produkte zweier induzierter Geschwindigkeiten das inhomogene Gleichungssystem

$$[1 - x_{N1}] [1 - w_{1}(x)] [1 - \tan \beta_{i}/\tan \beta] =$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} G_{m}^{1*} \left\{ \frac{m}{Z_{1}} \left[\frac{1}{2} \left(\tan \beta - 2 \frac{\omega_{2}}{\omega} \cdot \tan \beta_{i} \right) \cdot h^{(t)}_{m,1} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{2}}{\omega} h^{(a)}_{m,1} \right] - (1 - x_{N1}) \frac{\sin(m \varphi)}{4 x} \left[(1 + g_{t1}) \cdot \left(\tan \beta - 2 \frac{\omega_{1}}{\omega} \tan \beta_{i} \right) + \frac{u_{a1}^{*}}{u_{t1}^{*}} \frac{\omega_{1}}{\omega} (1 + g_{a1}) \right] \right\} +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} G_{m}^{2*} \left\{ \frac{m}{Z_{2}} \left[\frac{1}{2} \left(\tan \beta - 2 \frac{\omega_{1}}{\omega} \tan \beta_{i} \right) \cdot h_{m,2}(t) - \frac{1}{2} \frac{\omega_{1}}{\omega} h_{m,2}(a) \right] - (1 - x_{N1}) \frac{\sin(m \varphi)}{4 x} \frac{u_{a2}^{*}}{u_{t2}^{*}} \cdot \frac{\omega_{2}}{\omega} (1 - g_{a2}) \right\}$$

$$\cdot \frac{\omega_{2}}{\omega} (1 - g_{a2}) \right\}$$

$$(42)$$

Zusammen mit den Gleichungen (12) für tan β und (16) für tan β_1 bestimmt das Gleichungssystem (42) die optimalen Zirkulationsverteilungen an den Propellerflügeln.

Unter Verwendung der abgeleiteten Beziehungen wird sich die zur Verfügung stehende Leistung zwar optimal, aber auch unabhängig vom Willen des Entwerfenden auf die beiden Propeller des Systems aufteilen. Sollen dagegen die Einzelleistungen in einem bestimmten, vorgegebenen Verhältnis zueinander stehen, so scheint die Beziehung

$$\omega_1 \cdot \mathbf{Z}_1 \cdot \Gamma_1^* = \omega_2 \cdot \mathbf{Z}_2 \cdot \Gamma_2^*$$
 bzw. $G_m^{2*} = \frac{\omega_1}{\omega_2} G_m^{1*}$

$$(43)$$

vorerst ausreichend zu sein, angenähert gleiche Leistungsaufnahme der beiden Propeller zu bewirken. Später wird unter Beachtung des unterschiedlichen Nachstromes und der Einschnürung des Propeller-

strahls eine Änderung der Zirkulation für den hinteren Propeller vorgenommen, durch die das vorgegebene Verhältnis der Leistungen genauer erfüllt wird.

Wird eine Ähnlichkeit der Zirkulationsverläufe gemäß Gl. (43) vorausgesetzt, so resultiert aus dem Gleichungssystem (42)

$$\begin{split} & [1-x_{\rm N1}] \, [1-w_{\rm l}(x)] \, [1-\tan\beta_{\rm i}/\tan\beta] = \\ & = \sum_{\rm m=1}^{\infty} {\rm G_m}^{1*} \, \left\{ {\rm m} \left[\frac{\tan\beta}{2\,\omega_2} \left(\frac{\omega_2 \cdot {\rm h}^{\rm (t)}_{\rm m,1}}{Z_1} + \frac{\omega_1 \cdot {\rm h}^{\rm (t)}_{\rm m,2}}{Z_2} \right) - \right. \\ & - \frac{\tan\beta_{\rm i}}{\omega \cdot \omega_2} \left(\frac{\omega_2^2 \cdot {\rm h}^{\rm (t)}_{\rm m,1}}{Z_1} + \frac{\omega_1^2 \cdot {\rm h}^{\rm (t)}_{\rm m,2}}{Z_2} \right) - \\ & - \frac{1}{2\,\omega \cdot \omega_2} \left(\frac{\omega_2^2 \cdot {\rm h}^{\rm (a)}_{\rm m,1}}{Z_1} + \frac{\omega_2^2 \cdot {\rm h}^{\rm (a)}_{\rm m,2}}{Z_2} \right) - (1-x_{\rm N1}) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin({\rm m}\,\varphi)}{4\,x} \left[(1+g_{\rm tl}) \left(\tan\beta - 2\,\frac{\omega_1}{\omega} \cdot \tan\beta_{\rm i} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\omega_1}{\omega} \left(\frac{{\rm u}_{\rm al}^*}{{\rm u}_{\rm tl}^*} \, (1+g_{\rm al}) + \frac{{\rm u}_{\rm a2}^*}{{\rm u}_{\rm t2}^*} \cdot (1-g_{\rm a2}) \right) \right] \right\} \end{split}$$

4.2. Leistungsaufnahme und Schub

Die Formeln zum Bestimmen der Schub- und Leistungskoeffizienten des vereinfachten Propellersystems in reibungsfreier Flüssigkeit ergeben sich nach dem Gesetz von Kutta und Joukowski zu

$$C_{TSi}^* = \frac{T_{i ges}}{\frac{\varrho}{2} \frac{\pi D^2_1}{4} \cdot V_S^2} = 4 \int_{x=x_{N1}}^{1} G^{1*}(x) \frac{U_{t1}^*(x)}{V_S} dx + 4 \int_{x=x_{N1}}^{1} G^{2*}(x) \cdot \frac{U_{t2}^*(x)}{V_S} dx$$
(45)

Der entsprechende Leistungskoeffizient ist

$$C_{PSi}^* = \frac{P_{iges}}{\frac{\varrho}{2} \frac{\pi D^2_1}{4} \cdot V_S^3} = \frac{2 \omega_1 \cdot D_1}{V_S} \int_{x = x_{N1}}^{1} G^{1*}(x) \cdot \frac{U_{a1}^*}{V_S} x \, dx + \frac{2 \omega_2 D_1}{V_S} \int_{x = x_{N1}}^{1} G^{2*}(x) \cdot \frac{U_{a2}^*}{V_S} x \, dx$$

$$(46)$$

5. Der Einfluß der Strahlkontraktion und des unterschiedlichen Nachstromes

5.1. Die Eigenschaften des Propellersystems

Bei der Untersuchung des vereinfachten Propellersystems ist vorausgesetzt worden, daß die Flügelspitzen- und Nabendurchmesser und die radialen Verteilungen des Nachstromes an den beiden Propellern gleich und identisch mit den Werten für den vorderen Propeller sind. Unter Beachtung der Voraussetzung, daß die Eigenschaften der beiden Propeller nicht allzu stark voneinander abweichen sollen, bedeutet das, daß die bisher gewonnenen Resultate näherungsweise für den vorderen Propeller gültig sind. Für den hinteren Propeller müssen jedoch noch Korrekturen angebracht werden, um den wirklichen Verhältnissen (wie z. B. der geänderten Nachstromverteilung, der Reduktion des Durchmessers entsprechend dem Durchmesser des Propellerstrahles, der Festlegung des Nabendurchmessers

usw.) Rechnung zu tragen. Bei den Größen, die sich auf dieses besser angepaßte Propellersystem beziehen, wird kein besonderer Index zur Kennzeichnung verwendet.

Der Durchmesser des von dem Propellersystem erzeugten Strahles wird sich mit der axialen Koordinate wegen der unterschiedlichen Nachstrom- und Induktionsgeschwindigkeiten ändern. Wird der Durchmesser des hinteren Propellers nun so festgelegt, daß er dem Durchmesser des Propellerstrahles an der gleichen Stelle entspricht, so geht eine Stromlinie mit der Radialkoordinate r_1 in der vorderen Propellerebene in der Ebene des hinteren Propellers durch einen Punkt mit der kleineren Radialkoordinate r_2 . Zwischen diesen Radien wird die Beziehung angenommen

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_2 &= \mathbf{r}_1 \cdot [1 - \delta(\mathbf{r}_1)] \\ \text{und daraus folgend} \\ \mathrm{d}\mathbf{r}_2 &= \left(1 - \delta - \mathbf{r}_1 \cdot \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\mathbf{r}_1}\right) \mathrm{d}\mathbf{r}_1 \end{aligned} \right\}$$
 (47.1)

Sowohl δ als auch d δ /dr seien kleine Größen. Die untersuchten Flügelschnitte des vereinfachten Systems

$$x = \frac{r}{R_1} \tag{47.2}$$

gehen über in entsprechende Flügelschnitte des verbesserten Propellersystems

am vorderen Propeller:
$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{r_1}{R_1} = x \\ \text{am hinteren Propeller:} \\ x_2 &= \frac{r_2}{R_2} = x_1 \, \frac{1 - \delta(x)}{1 - \delta(1)} = x \, \frac{1 - \delta(x)}{1 - \delta(1)} \end{aligned}$$

An den Schnitten mit den gemäß Gl. (47) kontrahierten Radien wird sich die Zirkulation ebenfalls anders einstellen, als sie für das vereinfachte System ermittelt wurde. Es werden die Beziehungen verwendet

$$(Z\Gamma)_{1} = (Z\Gamma)_{1}^{*}$$

$$(Z\Gamma)_{2} = (Z\Gamma)_{2}^{*} \cdot (1 + \zeta(\mathbf{r}))$$
bzw. in dimensionsloser Form
$$G_{1}(\mathbf{x}_{1}) = \frac{Z_{1} \cdot \Gamma_{1}(\mathbf{x})}{\pi \cdot \mathbf{D}_{1} \cdot \mathbf{V}_{S}} = G^{1*}(\mathbf{x})$$

$$G_{2}(\mathbf{x}_{2}) = \frac{Z_{2} \cdot \Gamma_{2}(\mathbf{x})}{\pi \cdot \mathbf{D}_{2} \cdot \mathbf{V}_{S}} = G^{2*}(\mathbf{x}) \cdot \frac{1 + \zeta(\mathbf{x})}{1 - \delta(1)}$$

$$(48)$$

In diesen Beziehungen wird $\zeta(\mathbf{r})$ wiederum als kleine Korrekturfunktion betrachtet.

Die Geschwindigkeitskomponenten an den tragenden Linien der Propeller ergeben sich allgemein zu

$$\begin{array}{l} U_{a1} = V_S \cdot [1-w_1(r_1)] + u_{as1} + \bar{u}_{ai1} \\ \\ U_{t1} = \omega_1 \cdot r_1 - u_{ts1} + \bar{u}_{ti1} \\ \\ U_{a2} = V_S \cdot [1-w_2(r_2)] + u_{as2} + \bar{u}_{ai2} \\ \\ U_{t2} = \omega_2 \cdot r_2 - u_{ts2} + \bar{u}_{ti2} \end{array} \tag{49}$$

Die selbstinduzierten Geschwindigkeiten am vorderen Propeller ändern sich — wie schon erwähnt — nur so wenig, daß ohne weiteres die Beziehungen

$$u_{as1} = u_{as1}^*$$
 $u_{ts1} = u_{ts1}^*$
(50)

verwendet werden können. Für die selbstinduzierten Geschwindigkeiten am hinteren Propeller werden die Formeln verwendet, die Lerbs [1] unter Vernachlässigung der radialen Abhängigkeit der Korrekturfunktionen δ und ζ als Näherung erhielt:

$$\mathbf{u}_{as2} = (1 + \overline{\delta}) \cdot (1 + \overline{\zeta}) \cdot \mathbf{u}_{as2}^{*} \\
\mathbf{u}_{ts2} = (1 + \overline{\delta}) \cdot (1 + \overline{\zeta}) \cdot \mathbf{u}_{ts2}^{*}$$
(51)

Der Querstrich über den Korrekturgrößen deutet an, daß es sich bei diesen Worten um den Mittelwert der entsprechenden Funktionen handelt.

Um die gegenseitig induzierten Geschwindigkeiten zu bestimmen, wird wie schon bei dem vereinfachten Propellersystem auf die Beziehungen (30) zurückgegriffen. Für die Mittelwertfaktoren werden die Beziehungen verwendet, die für das vereinfachte System abgeleitet wurden, da die Änderungen von fa bzw. ft nur sehr klein sein werden. Die Distanzfaktoren ga und g_t werden sich gegenüber dem vereinfachten System wegen der dort vernachlässigten Strahlkontraktion auch etwas ändern. Da die Ableitung der Formeln aus Abschnitt 3.2. schon unter stark idealisierten Bedingungen vorgenommen wurde (Vernachlässigung der Strahlkontraktion, der Reibung und des Zerfalls der Wirbel, Annahme einer rotationssymmetrischen Wirbelund Geschwindigkeitsverteilung), wobei der Einfluß der Annahmen im einzelnen z. Z. nicht kontrollierbar ist, wird angenommen, daß die Distanzfaktoren ga des vereinfachten Systems auch für das verbesserte Propellersystem gelten. Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß sich die Zirkulation der freien Wirbel auch bei Kontraktion des Strahles nicht ändert, fügte Lerbs [1] bei dem Ausdruck für die tangentiale Komponente der an dem hinteren Propeller vom vorderen Propeller induzierten Geschwindigkeit den Faktor (1 + δ) hinzu. Bei Beibehaltung dieses Faktors ergeben sich die gegenseitig induzierten Geschwindigkeiten zu

$$\begin{split} \bar{u}_{ai1} &= u_{as2} \cdot f_{a2} \cdot (1 - g_{a2}) \\ \bar{u}_{ti1} &= 0 \\ \bar{u}_{ai2} &= u_{as1} \cdot f_{a1} \cdot (1 + g_{a1}) \\ \bar{u}_{ti2} &= u_{ts1} \cdot f_{t1} \cdot (1 + g_{t1}) (1 + \delta) \end{split}$$

Die Geschwindigkeitskomponenten an den tragenden Linien setzen sich nunmehr aus den folgenden Anteilen zusammen:

$$\begin{aligned} &U_{a1} = V_{S} \cdot [1 - w_{1}(r_{1})] + u_{a1}^{*} + \\ &+ (1 + \overline{\delta}) (1 + \overline{\zeta}) \cdot u_{a2}^{*} \cdot f_{a2} \cdot (1 - g_{a2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &U_{t1} = \omega_{1} \cdot x \cdot R_{1} - u_{t1}^{*} \\ &U_{a2} = V_{S} \cdot [1 - w_{2}(r_{2})] + (1 + \overline{\delta}) (1 + \overline{\zeta}) \cdot \\ &\cdot u_{a2}^{*} + u_{a1}^{*} \cdot f_{a1} \cdot (1 + g_{a1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &U_{t2} = \omega_{2} \cdot x \cdot R_{1} \cdot (1 - \delta) - (1 + \overline{\delta}) (1 + \overline{\zeta}) \cdot \\ &\cdot u_{t2}^{*} + u_{t1}^{*} \cdot f_{t1} \cdot (1 + g_{t1}) (1 + \delta) \end{aligned}$$

$$(53)$$

5.2. Die Kontraktionsfunktion $\delta(x)$

Bei Verwenden der mittleren Axialgeschwindigkeiten ergibt sich aus der Kontinuitätsbedingung für die Strömung durch die beiden Propellerebenen bei Vernachlässigung der Größen zweiter Ordnung für die Kontraktionsfunktion δ die linearisierte Differentialgleichung

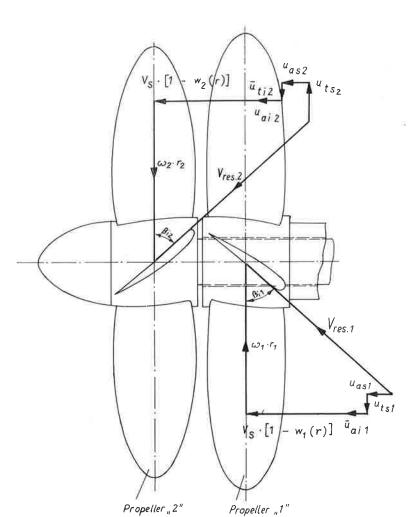


Bild 3

Die Geschwindigkeitskomponenten an den Flügelschnitten gegenläufiger Propeller

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}x}\,+\,\frac{2}{x}*\delta\,=\,\frac{F}{x}$$

mit

$$F = 1 - \frac{V_{S}[1 - w_{1}(r_{1})] + u_{a1}^{*} \cdot f_{a1} + (1 + \overline{\delta}) (1 + \overline{\xi}) \cdot u_{a2}^{*} \cdot f_{a2} \cdot (1 - g_{a2})}{V_{S}[1 - w_{2}(r_{2})] + (1 + \overline{\delta}) (1 + \overline{\xi}) \cdot u_{a2}^{*} \cdot f_{a2} + u_{a1}^{*} \cdot f_{a1} \cdot (1 + g_{a1})}$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung lautet

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x}^2} \left[\mathbf{K} + \int_{\mathbf{x}_0 = 0}^{\mathbf{x}} \mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) \cdot d\mathbf{x}_0 \right]$$
 (55)

Die in der Lösungsfunktion (55) enthaltene Konstante wird aus der Bedingung bestimmt, daß der beim vereinfachten Propellersystem für den hinteren Propeller verwendete Nabenradius \mathbf{R}_{N1} in den wirklichen Nabenradius \mathbf{R}_{N2} übergeht. In dimensionslosen Koordinaten lautet die Bedingung:

$$x = \frac{R_{N1}}{R_1} = x_{N1}$$
: $\delta(x_{N1}) = 1 - \frac{R_{N2}/R_1}{R_{N1}/R_1} = 1 - \frac{x_{N2}}{x_{N1}}$ (56)

Die Lösung ergibt sich dann zu

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x}^2} \left[\mathbf{x}_{N1} \cdot (\mathbf{x}_{N1} - \mathbf{x}_{N2}) + \int_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{N1}}^{\mathbf{x}} \mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) \cdot d\mathbf{x}_0 \right]$$
(57)

Ist der Nabenradius des hinteren Propellers nicht als fester Wert vorgegeben, sondern soll der Nabenradius so groß sein, daß das Naben-Durchmesser-Verhältnis bei beiden Propellern gleich ist, daß also gilt

$$\frac{R_{\rm N1}}{R_1} = \frac{R_{\rm N2}}{R_2} \tag{58.1}$$

so lautet die Randbedingung

$$x = \frac{R_{N1}}{R_1} = x_{N1}$$
: $\delta(x_{N1}) = \delta(1)$ (58.2)

(54)

Die Lösungsfunktion lautet dann

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x}^2} \left[\mathbf{x}^2_{\mathbf{N}1} \cdot \delta(1) + \int_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{\mathbf{N}1}}^{\mathbf{x}} \mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) \, d\mathbf{x}_0 \right]$$
 (59)

Im Gegensatz zur Lösung (57) muß die Funktion (59) durch einen Iterationsprozeß bestimmt werden, da die Randbedingung nicht von vornherein bekannt ist.

5.3. Die relative Zirkulationsänderung $\zeta(x)$ am hinteren Propeller

Da bei der Ableitung der Formeln des Abschnitts 2 schon die Bedingung berücksichtigt wurde, daß die Eigenschaften der beiden Propeller ähnlich sein sollen, ist es zur Bestimmung der Zirkulation an den Flügeln des hinteren Propellers unter den besser zutreffenden Bedingungen unterschiedlicher Durchmesser Nachstromverteilungen nicht nötig, die durch Integralwerte dargestellten resultierenden Eigenschaften zu betrachten. Die Untersuchungen können auf die Eigenschaften der Flügelelemente unter Beachtung der Strahlkontraktion beschränkt werden.

Da Hadler, Morgan und Meyers [5] bei ihren Untersuchungen zu dem Resultat kamen, daß es unter Umständen günstig sein kann, wenn der vordere Propeller etwas stärker als der hintere belastet wird, wird vorausgesetzt, daß im allgemeinen das Verhältnis der Leistungen P₁/P₂ etwas, aber nicht allzuviel von I verschieden sein soll. Unter Vernachlässigung von Zähigkeitseinflüssen ergibt sich die Zirkulationsänderung am hinteren Propeller bezogen auf die Zirkulation des hinteren Propellers des vereinfachten Systems zu

$$\zeta(\mathbf{x}) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right) \frac{U_{a1}(\mathbf{x}) \cdot \omega_1 \cdot G^{1*}(\mathbf{x})}{U_{a2}(\mathbf{x}) \cdot \omega_2 \cdot G^{2*}(\mathbf{x})} \cdot \frac{1}{1 - F(\mathbf{x})} - 1 \quad (60)$$

Ist statt des Verhältnisses der Leistungen das Verhältnis der Drehmomente vorgegeben, so kann $\zeta(x)$ nach der gleichen Beziehung bestimmt werden, wobei dann das Verhältnis der Leistungen durch die Beziehung

$$\left(\frac{\mathbf{P}_1}{\mathbf{P}_2}\right) = \left(\frac{\mathbf{M}_1}{\mathbf{M}_2}\right) \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} \tag{61}$$

festgelegt ist.

Wird auf die ungefähre Vorgabe der Leistungsaufteilung verzichtet, so werden sich die Einzelleistungen von selbst, d. h. ohne äußeren Zwang einstellen. Als Bedingung zur Festlegung der Funktion ζ(x) kann dann herangezogen werden, daß der hintere Propeller des an die wirklichen Bedingungen besser angepa $\hat{\mathbb{G}}$ ten Systems die gleiche Leistung bzw. das gleiche Moment aufnimmt wie der hintere Propeller des vereinfachten Systems gegenläufiger Propeller. Aus dieser Bedingung resultiert

$$\zeta(\mathbf{x}) = \frac{\mathrm{U_{a2}}^*(\mathbf{x})}{\mathrm{U_{a2}}(\mathbf{x})} \cdot \frac{1}{1 - \mathrm{F}(\mathbf{x})} - 1$$
 (62)

5.4. Leistung und Schub des Propellersystems

Unter der Voraussetzung, daß sowohl die axialen Anströmgeschwindigkeiten V_a als auch die Tangentialgeschwindigkeiten $\omega \cdot r$ gegenüber den induzierten Geschwindigkeiten stark überwiegen, lassen sich zwischen den Schub- und Leistungskoeffizienten der beiden, unter unterschiedlichen Bedingungen behandelten Propellersysteme die folgenden, näherungsweise gültigen Beziehungen ableiten:

$$C_{TSi} \cong C_{TSi}^* \cdot \left(1 - \overline{\delta} + \frac{1}{2} \overline{\zeta}\right)$$
 (63)

$$C_{PSI} \simeq C_{PSi}^* \cdot \left(1 - \overline{\delta} + \frac{1}{2} \overline{\zeta}\right)$$
 (64)

Benötigt werden diese Beziehungen zur Abschätzung des Schubes bzw. der Leistung des vereinfachten Systems, damit die berechneten Zirkulationsfunktionen schließlich für das reale Propellersystem die geforderten Werte für den Schub liefern, bzw. damit die vorhandene Leistung aufgenommen und in Schub umgesetzt wird.

5.5. Die radialen Auftriebsverteilungen

Nach dem Gesetz von Kutta und Joukowski ergeben sich die Verteilungen der Auftriebs-Tiefenprodukte an den tragenden Linien der beiden Propeller zu:

$$(C_{L} \cdot c/D)_{1} = L_{I}(x) / \left(\frac{\varrho}{2} \cdot V_{1res^{2}} \cdot D_{1}\right) = \frac{2 \pi}{Z_{1}} \cdot \frac{G_{I}(x) \cdot \sin \beta_{i1}(x)}{U_{a1}(x) / V_{S}}$$

$$(C_{L} \cdot c/D)_{2} = L_{2}(x) / \left(\frac{\varrho}{2} \cdot V_{2res^{2}} \cdot D_{2}\right) = \frac{2 \pi}{Z_{2}} \cdot \frac{G_{2}(x) \cdot \sin \beta_{i2}(x)}{U_{a2}(x) / V_{S}}$$

$$5.6. \ Die \ Steigung \ der \ freien \ Wirbel$$

5.6. Die Steigung der freien Wirbel

Entsprechend den Gleichungen (53) ergeben sich die Steigungen der von den Propellern erzeugten freien Wirbel zu

$$\tan \beta_{i1}(x) = U_{a1}(x)/U_{t1}(x)
\tan \beta_{i2}(x) = U_{a2}(x)/U_{t2}(x)$$
(66)

6. Die Bestimmung der Propellergeometrie

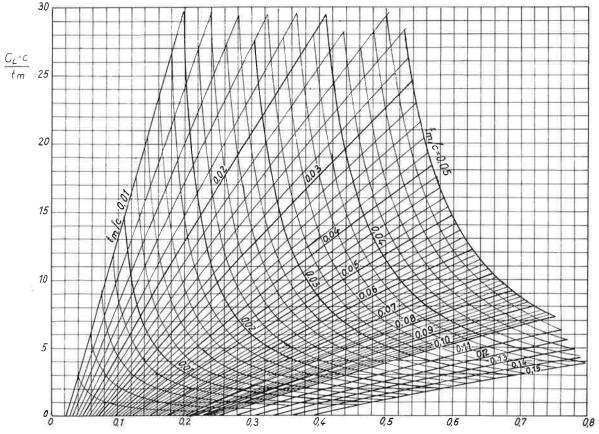
Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten die hydrodynamischen Eigenschaften gegenläufiger Propellersysteme aus der Optimalbedingung (16) abgeleitet wurden, muß nun noch die geometrische Gestalt der Propellerflügel bei Einhaltung dieser hydrodynamischen Eigenschaften so festgelegt werden, daß weder die Festigkeit des Propellerwerkstoffes überschritten wird, noch Kavitation auftritt. Eine geeignete Grundlage hierfür bildet die Propellerentwurfsmethode Eckhardt und Morgan [10].

Da diese Methode von Morgan [2] schon für die Anwendung auf gegenläufige Propellersysteme umgestaltet wurde, sollen an dieser Stelle nur die wesentlichen Schritte skizziert werden.

Unter Zugrundelegung einer geschätzten Verteilung für die maximalen Dicken der Flügelschnitte können aus den Gleichungen (63) die Ausdrücke C_L·c/t_m bestimmt werden. Sind weiterhin noch die Kavitationszahlen

$$\sigma_{1/2} = \frac{p_{atm} + \varrho g \cdot (H_w - r_{1/2}) - p_D}{\frac{1}{2} \varrho \cdot V^2_{1/2res.}}$$
(67)

bekannt, wobei deren Werte für die Rechnung wegen der angenommenen Rotationssymmetrie der Strömung und wegen der theoretisch ermittelten Kavitationsschaubilder um 20 bis $50^{\rm o}/_{\rm o}$ reduziert werden, so können aus Kavitationsschaubildern der in Bild 4 dargestellten Art die radialen Verteilungen t_m/e und f_m/e entnommen werden. In erster Näherung sind somit die geometrischen Daten der Flügelprofile bekannt.



 $\it Bild~4$. Kavitationsschaubild für Profile NACA 66 mit parabolischem Auslauf und der Mittellinie a = 0,8 [10]

Oft wird es der Fall sein, daß die zulässige Festigkeit des Propellerwerkstoffs durch diesen vorläufigen Entwurf nicht ausgenutzt wird. Es ist daher sinnvoll, für einige Schnitte eine Festigkeitskontrolle durchzuführen und entsprechend der Beanspruchung die Sehnenlänge der Schnitte zu verändern.

Einen ersten Anhaltspunkt für die Größe der Spannungen liefert die Anwendung der Balkentheorie auf die einzelnen Flügel.

Die Biegemomente bezüglich der Hauptträgheitsachsen ξ und η der Flügelschnitte sind

$$M_{\xi} = M_{T} \cdot \cos \varphi + M_{Q} \cdot \sin \varphi
 M_{\eta} = M_{T} \cdot \sin \varphi - M_{Q} \cdot \cos \varphi$$
(68)

mit

$$\varphi \cong 1.05 \cdot \beta_{i} \tag{69}$$

$$M_{T} = \frac{\varrho}{2} \frac{R^{3} \pi}{Z} V_{S^{2}} \int_{x_{0}=x}^{1} (x_{0} - x) (1 - \varepsilon \cdot \tan \beta_{i}) \cdot \frac{dC_{TSi}}{dx_{0}} dx_{0}$$

$$M_{Q} = \frac{\varrho}{2} \frac{R^{3} \pi}{Z} V_{S^{2}} \int_{x_{0}=x}^{1} (x_{0} - x) (\varepsilon + \tan \beta_{i}) \cdot \frac{dC_{TSi}}{dx_{0}} dx_{0}$$

$$(70)$$

$$\frac{\mathrm{dC_{TSi}}}{\mathrm{dx}} = 4 \; \mathrm{G(x)} \cdot \frac{\mathrm{U_t(x)}}{\mathrm{V_S}} \tag{71} \label{eq:71}$$

$$\varepsilon \simeq 0.0085/C_L$$
 (72)

Die Biegespannungen ergeben sich im Flügel mit den Hauptträgheitsmomenten I_{ξ} und I_{η} der Profilschnitte und den Koordinaten $(\xi;\eta)$ des interessierenden Punktes zu

$$\sigma_{\rm B}(\mathbf{r},\,\xi,\,\eta) = -\frac{\mathbf{M}_{\xi} \cdot \eta}{\mathbf{I}_{\xi}} - \frac{\mathbf{M}_{\eta} \cdot \xi}{\mathbf{I}_{\eta}} \tag{73}$$

Wie die Trägheitsmomente und die Koordinaten der zu untersuchenden Punkte aus c, t_m und f_m für spezielle Profil- und Mittellinien-Typen ermittelt werden können, soll hier nicht erläutert werden. Die Beziehungen sind in der Arbeit von Eckhardt und Morgan [10] ausführlich beschrieben worden.

Sind die maximalen Beanspruchungen in den einzelnen Schnitten bekannt, so kann — falls es sich als notwendig erweist — eine neue Sehnenlänge c gemäß der Beziehung

$$c_{\text{neu}} = 1,05 \cdot c_{\text{alt}} \cdot \sqrt{\sigma_{\text{B max}}/\sigma_{\text{B zul}}}.$$
 (74)

festgelegt werden. Der auf diese Art ermittelte Flügelumriß wird gewöhnlich nicht brauchbar sein; es ist dann empfehlenswert, die entsprechend Gl. (74) ermittelten Sehnenlängen durch andere Sehnenlängen entsprechend üblichen Flügelumrissen zu ersetzen, wobei die Profillängen bei etwa 0,6 bis 0,7 R beibehalten werden. Die neuen, den ausgeglichenen Sehnenlängen entsprechenden Dicken- und Krümmungsverteilungen werden nun wieder mit Hilfe des Kavitationsdiagramms ermittelt. Wegen der vorgegebenen Sehnenlänge e und dem bekannten Auftriebs-Tiefen-Produkt (65) liegt der Auftriebsbeiwert C_L fest. Aus dem Kavitationsschaubild wird nun für die vorgegebene Kavitationszahl solch ein Wertepaar $C_L \cdot c/t_m$ und t_m/c herausgesucht, daß der gewünschte Auftriebsbeiwert C_L realisiert wird. Die Dickenverteilung $t_m(r)$ ist somit bekannt. Die zugehörige Verteilung der maximalen Krümmungspfeile $f_m(r)$ kann ebenfalls aus dem Diagramm entnommen oder aus dem Auftriebsbeiwert C_L bestimmt werden. Nach Abbott, von Doenhoff und Stivers, Jr. [11] sind für die NACA-Mittellinien

$$\begin{array}{ll} a = 0.8\colon \ f_m/c = 0.06790 \cdot C_L \\ a = 1.0\colon \ f_m/c = 0.05515 \cdot C_L \end{array} \right) \eqno(75)$$

Nach dieser Neubestimmung der geometrischen Eigenschaften der Propeller wird wiederum eine Festigkeitskontrolle durchgeführt. Eine Änderung der Sehnenlängen entsprechend Gl. (74) wird aber nur dann durch-

geführt, wenn die absolut größte Spannung im gesamten Propeller von der zulässigen Beanspruchung zu stark nach unten abweicht oder diese überschreitet. Die Änderungen werden für alle Schnitte im gleichen Verhältnis vorgenommen, um den vorgegebenen Flügelumriß in seinen Proportionen nicht zu verändern.

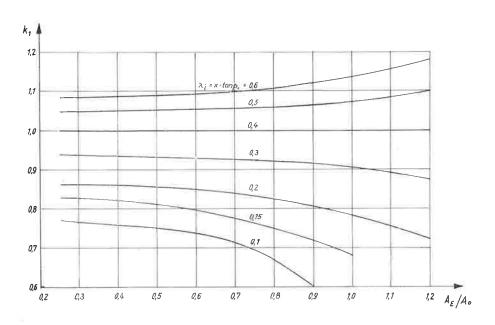
Da die Kavitationsdiagramme aus der Untersuchung ebener Strömungen resultieren, die Propellerflügelschnitte sich aber auf gekrümmten Bahnen bewegen, müssen die effektiven Krümmungen mit Hilfe von Korrekturwerten so abgewandelt werden, daß sie trotz der gekrümmten Anströmung den gewünschten Auftrieb liefern.

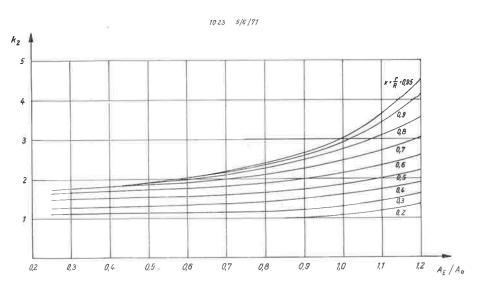
Die geometrische Krümmung der Profilschnitte ist

$$f_{geom.} = k_1 \cdot k_2 \cdot f_{eff.} \tag{76}$$

Die Krümmungskorrektur-Faktoren k_1 und k_2 sind Funktionen des Flächenverhältnisses

$$A_{\rm E}/A_{\rm O} = \frac{2 \,\mathrm{Z}}{\pi} \int_{\mathrm{X} = \mathrm{X} \mathrm{Y}}^{1} \frac{\mathrm{c}(\mathrm{x})}{\mathrm{D}} \,\mathrm{d}\mathrm{x} \tag{77}$$





 $Bild\ 5$. Die Faktoren k_1 und k_2 zur Ermittlung der geometrischen Krümmung der Flügelschnitte nach [2] und [10]

und der ideellen Fortschrittsziffer

$$\lambda_{\mathbf{i}} = \mathbf{x} \cdot \tan \beta_{\mathbf{i}} \tag{78}$$

bzw. der dimensionslosen Radialkoordinate x.

Ergibt sich aus der Festigkeitsrechnung, daß eine Veränderung der Werte c/D, t_m/c und f_m/c nicht mehr nötig ist, so muß noch wegen der Zugrundelegung der Wirbellinientheorie und zur Berücksichtigung der Reibung auf den Anstellwinkel eine Korrektur der Steigerung der Sehnenlinie vorgenommen werden. Der Korrekturfaktor wird nur für den Radius $0.7 \cdot R$ bestimmt, aber bei allen Schnitten im entsprechenden Verhältnis berücksichtigt.

Die endgültige Steigung ist

$$P/D = \pi, \mathbf{x} \cdot \tan \varphi = 0.96 \cdot \pi \cdot \mathbf{x} \cdot \left[1 + \frac{\Delta(P/D)}{P/D} \right]_{0.7 \text{ R}} \cdot \tan (\beta_i + \alpha_1)$$
mit
$$\alpha_1 = 1.15 \cdot C_L \quad \text{bei } \mathbf{a} = 0.8$$

$$= 2.35 \cdot C_L \quad \text{bei } \mathbf{a} = 1.0$$

$$(79)$$

(Die Größe von α_1 ergibt sich nach Gl. (79) in Grad.) Wegen der Einzelheiten der Steigungskorrektur sei auf die Arbeiten von Morgan [2], Lerbs [12] und Eckhardt und Morgan [10] verwiesen. Ob der von Morgan [2] aus der experimentellen Überprüfung gewonnene Faktor 0,96 beibehalten werden soll oder nicht, kann zur Zeit noch nicht gesagt werden, da die experimentelle Überprüfung dieser gegenüber Morgan veränderten Theorie noch nicht durchgeführt wurde.

Den Abschluß der Untersuchungen bildet neben der Überprüfung der geometrischen Verträglichkeit zwischen dem vorausgesetzten Abstand der tragenden Linien und den endgültigen Sehnenlängen die Bestimmung der Beiwerte für den Schub und für die Leistung unter angenäherter Berücksichtigung der Reibung nach Gl. (72).

Es sind

$$C_{TS} = \frac{T_{ges}}{\frac{\varrho}{2} \frac{\pi D_{1}^{2}}{4} V_{S}^{2}} = C_{TS1} + (1 - \delta(1))^{2} \cdot C_{TS2}$$
mit
$$C_{TS1} = \frac{T_{1}}{\frac{\varrho}{2} \frac{\pi D_{1}^{2}}{4} V_{S}^{2}} = \frac{2 Z}{\pi} \int_{x_{1} = x_{N1}}^{1} \left(\frac{C_{L} \cdot c}{D}\right)_{1} \cdot \left(\frac{U_{a1} (x_{1})}{\sin \beta_{i1}(x_{1})}\right)^{2} \cos \beta_{i1}(x_{1}) \cdot \left(\frac{1 - \epsilon_{1} \cdot \tan \beta_{i1}(x_{1})}{\sin \beta_{i1}(x_{1})}\right) dx_{1}$$

$$C_{TS2} = \frac{T_{2}}{\frac{\varrho}{2} \frac{\pi D_{2}^{2}}{4} V_{S}^{2}} = \frac{2 Z}{\pi} \int_{x_{2} = x_{N2}}^{1} \left(\frac{C_{L} \cdot c}{D}\right)_{2} \cdot \left(\frac{U_{a2}(x_{2})}{\sin \beta_{i2}(x_{2})}\right)^{2} \cdot \cos \beta_{i2}(x_{2}) \cdot \left(\frac{U_{a2}(x_{2})}{\sin \beta_{i2}(x_{2})}\right)^{2} dx_{2}$$

$$\cdot [1 - \epsilon_{2} \tan \beta_{i2}(x_{2})] dx_{2}$$

und

$${
m C_{PS}} = rac{{
m P_{ges}}}{rac{arrho}{2} rac{\pi}{4} {
m D_{1}}^{2}} = {
m C_{PS1}} + (1 - \delta(1))^{2} \cdot {
m C_{PS2}}$$

mit

$$C_{PS1} = \frac{P_{1}}{\frac{\varrho}{2} \frac{\pi D_{1}^{2}}{4} V_{S^{3}}} = \frac{\omega_{1} \cdot Z_{1} \cdot D_{1}}{\pi V_{S}} \int_{x_{1} = x_{N1}}^{1} \left(\frac{C_{L} \cdot c}{D}\right)_{1} \cdot \frac{U_{a1}^{2}(x_{1})}{\sin \beta_{i1}(x_{1})} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon_{1}(x_{1})}{\tan \beta_{i1}(x_{1})}\right) x_{1} dx_{1}$$

$$C_{PS2} = \frac{P_{2}}{\frac{\varrho}{2} \frac{\pi D_{2}^{2}}{4} V_{S^{3}}} = \frac{\omega_{2} \cdot Z_{2} \cdot D_{2}}{\pi V_{S}} \int_{x_{2} = x_{N2}}^{1} \left(\frac{C_{L} \cdot c}{D}\right)_{2} \cdot \frac{U_{a2}^{2}(x_{2})}{\sin \beta_{i2}(x_{2})} \left(1 + \frac{\varepsilon_{2}(x_{2})}{\tan \beta_{i2}(x_{2})}\right) x_{2} dx_{2}$$

$$(81)$$

Mit der Sogziffer t ergibt sich der Gütegrad der Propulsion zu

$$\eta_{\rm D} = (1 - t) \cdot \frac{C_{\rm TS}}{C_{\rm PS}} \tag{82}$$

Eine allgemeine Aussage über die Verträglichkeit zwischen dem vorausgesetzten Abstand der Propeller und der ermittelten Geometrie kann nicht gemacht werden, da es möglich ist, die Propeller sowohl mit senkrecht stehenden als auch mit leicht nach hinten geneigten Flügeln und den Flügelumriß sowohl mit als auch ohne Rücklage der Flügelspitze zu gestalten. Berücksichtigt werden diese Propellereigenschaften bei der Entwurfsrechnung nicht. Für den speziellen Fall senkrecht stehender, symmetrischer Flügel muß die Ungleichung

$$d > \frac{1}{2} \cdot \{ (c_1 \cdot \sin \Phi_1)_{\text{max}} + (c_2 \cdot \sin \Phi_2)_{\text{max}} \}$$
 (83)

angenähert erfüllt sein, damit sich die Propeller ohne gegenseitige Behinderung drehen können.

7. Zusammenfassung

Auf der Grundlage der Arbeiten von Lerbs [1] und Morgan [2] wird die Theorie zum Entwurf gegenläufiger Propellersysteme so erweitert, daß die Einflüsse unterschiedlicher Flügelzahlen, Drehzahlen und Nabendurchmesser bei gleicher oder auch etwas voneinander abweichender Belastung der beiden Propeller berücksichtigt werden können. Zum Erfassen der gegenseitigen Beeinflussung der Propeller können sowohl eine stark vereinfachte als auch eine räumlich-kontinuierliche Wirbelverteilung zugrunde gelegt werden.

Der Entwurf von gegenläufigen Propellern umfaßt drei Stufen:

- 1. Die Berechnung der hydrodynamischen Eigenschaften des Propellersystems unter den vereinfachten Bedingungen gleicher Nachstromverhältnisse und gleicher Propellerdurchmesser;
- 2. die Berücksichtigung der unterschiedlichen Nachstromverteilungen in den beiden Propellerebenen und der Kontraktion des Propellerstrahles, die zur

- Reduktion des hinteren Propellerdurchmessers auf den Durchmesser des Propellerstrahles und zur Bestimmung der Zirkulation am hinteren Propeller entsprechend der gewünschten Leistungsaufteilung führt.
- 3. Die Bestimmung der Geometrie der beiden Propeller nach der von Eckhardt und Morgan [10] angegebenen Methode, wobei der Einfluß der Reibung auf die Kräfte an den Flügeln und somit auch auf die Gestaltung der Flügel erfaßt wird.

Den Abschluß der Untersuchungen bilden die Berechnungen der Leistungsaufnahme und des Schubes sowie des Gütegrades der Propulsion. Eine Bedingung für die Verträglichkeit des vorausgesetzten Abstandes der Propeller und der ermittelten Profillängen, d. h. für die Vermeidung gegenseitiger Behinderungen, kann nur für einen Sonderfall näherungsweise angegeben werden.

Literatur

[1] Lerbs, H.: Über gegenläufige Schrauben geringsten Energieverlustes in radial ungleichförmigem Nachstrom. Schiffstechnik 2(1955) S. 113-—121

- [2] Morgan, W. B.: The Design of Counterrotating Propellers using Lerbs' Theory. Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers 68 (1960) S. 6—38.
- Lerbs, H.: Moderately loaded propellers with a finite number of blades and arbitrary distribution of circulation. Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers 60 (1952) S. 73—117.
- [4] van Manen, J. D.: Some remarks on the conditions for minimum energy loss in marine propellers. International Shipbuilding Progress 3 (1956) 26, S. 547—550.
- [5] Hadler, J. G., Morgan, W. B., u. Meyers, K. A.: Advanced propeller propulsion for high-powered single-screw ships. Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers 72 (1964) S. 231—293
- [6] Glover, E. J.: Contrarotating propellers for high speed cargo vessels: A theoretical design study. Transactions of the North East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders 83 (1967) S. 75—89 u. S. D 40—D 43.
- [7] Sinclair, L.: Test equipment for tandem and contrarotating propellers.
- The Motor Ship 49 (1968) 576, S. 200—202.
 [8] Edel, K.-O.: Das von dem vereinfachten Wirbelsystem eines Propellers induzierte Geschwindigkeitsfeld. Schiffbauforschung 9 (1970) 5/6, S. 189--196.
- [9] Edel, K.-O.: Die Bestimmung der mittleren induzierten Geschwindigkeiten in der Umgebung eines Schraubenpropellers, Schiffbauforschung 10 (1971) 3/4.
- [10] Eckhardt, M. K., u. Morgan, W. B.: A propeller design method. Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers 63 (1955) S. 325-374.
- [11] Abbott, I. H., von Doenhoff, A. E., u. Stivers, L. S.: Summary of airfoil data. National Advisory Committee for Aeronautics, Report No. 824
- [12] Lerbs, H.: Näherungen für den Effekt der tragenden Fläche beim Propellerentwurf. Schiffstechnik 3 (1955/56) S. 174-177.